ORSAY
Série A. N°
178

THESES

présentées

à la

FACULTE DES SCIENCES

DE L'UNIVERSITE DE PARIS

CENTRE D'ORSAY

pour obtenir le grade de

Docteur ès Sciences Physiques

par

Philippe LEPRINCE

Première Thèse : PROPAGATION DES ONDES DANS LES GUIDES A PLASMA.

Deuxième Thèse : Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 27 Juin 1966 devant la Commission d'Examen .

MM. P. GRIVET Président

J.L.DELCROIX
M.Y.BERNARD
O. DOEHLER
} Examinateurs

T H E S E S

présentées

à la

FACULTE DES SCIENCES

DE L'UNIVERSITE DE PARIS

CENTRE D'ORSAY

pour obtenir le grade de

Docteur ès Sciences Physiques

par

Philippe LEPRINCE

Première Thèse : PROPAGATION DES ONDES DANS LES GUIDES A PLASMA.

Deuxième Thèse : Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 27 Juin 1966 devant la Commission d'Examen .

MM. P. GRIVET — Président

J.L.DELCROIX, M.Y.BERNARD, O. DOEHLER — Examinateurs

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

Ce travail(*) a été effectué sous la direction de Monsieur le Professeur J.L. DELCROIX dans le laboratoire de Physique des Plasmas. Je lui exprime ma profonde gratitude pour son accueil et pour les précieux conseils qu'il m'a prodigués.

Je remercie Monsieur le Professeur P. GRIVET qui a accepté de présider ce jury et Monsieur le Professeur M.Y.BERNARD, examinateur.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur O. DOEHLER, ainsi qu'aux ingénieurs de son département pour l'aide technique qu'ils m'ont apportée.

Je remercie également : Messieurs E. BLOYET et J. GODIOT qui ont apporté un soin particulier à la réalisation des expériences; Madame C. LEPRINCE qui, en plus de son constant soutien, m'a aidé pour la mise au point des programmes de calcul numérique ; Madame L. BOIVIN pour l'excellent travail de dactylographie ; ainsi que tous ceux qui ont contribué à ce travail.

(*) Ce travail a été partiellement financé par la Direction Générale de Recherche Scientifique et Technique.

TABLE DES MATIERES

pages

INTRODUCTION 1

CHAPITRE 1 - EQUATIONS GENERALES POUR L'ETUDE DE LA PROPAGATION DES ONDES

1.1 - Calcul du tenseur diélectrique 3

1.2 - Equation de propagation 5

CHAPITRE 2 - EQUATION DE DISPERSION D'UN GUIDE A PLASMA

2.1 - Introduction 9

2.2 - Classification des ondes

2.2 a - Ondes lentes, ondes rapides 10

2.2 b - Solutions des équations aux champs longitudinaux 12

2.3 - Equation de dispersion

2.3 a - Couplage entre les modes E et H 15

2.3 b - Equations et courbes de dispersion des modes m = 0 16

2.3 c - Equations et courbes de dispersion des modes m = 1 19

CHAPITRE 3 - LES MODES DE PLASMA

3.1 - Colonne de plasma entouré d'un diélectrique

3.1 a - Modes à symétrie axiale 24

3.1 b - Mode dipolaire m = 1 25

3.1 c - Impédance d'onde 28

3.1 d - Facteur hybride et vecteur de Poynting 31

3.2 - Plasma entouré d'un tube de diélectrique

3.2 a - Remarques générales 35

3.2 b - Colonne de plasma sans guide métallique 35

3.2 c - Colonne de plasma avec guide métallique 38

3.2 d - Impédance et facteur hybride 51

CHAPITRE 4 - ETUDE EXPERIMENTALE DU MODE DIPOLAIRE

4.1 - La décharge 57

4.2 - Principe des mesures 61

TABLE DES MATIERES

Pages

INTRODUCTION 1

CHAPITRE 1 - EQUATIONS GENERALES POUR L'ETUDE DE LA PROPAGATION DES ONDES

1.1 - Calcul du champ diélectrique 3

1.2 - Equation de propagation 5

CHAPITRE 2 - EQUATION DE DISPERSION D'UN GUIDE A PLASMA

2.1 - Introduction 9

2.2 - Classification des ondes

2.2 a - Ondes lentes, ondes rapides 10

2.2 b - Solutions des équations aux champs longitudinaux 12

2.3 - Equation de dispersion

2.3 a - Couplage entre les modes E et H 15

2.3 b - Equations et courbes de dispersion des modes n = 0 16

2.3 c - Equations et courbes de dispersion des modes n = 1 19

CHAPITRE 3 - LES MODES DE PLASMA

3.1 - Colonne de plasma entouré d'un diélectrique

3.1 a - Modes à symétrie axiale 24

3.1 b - Mode dipolaire n = 1 25

3.1 c - Impédance d'onde 28

3.1 d - Facteur hybride et vecteur de Poynting 31

3.2 - Plasma entouré d'un tube de diélectrique

3.2 a - Equations générales 35

3.2 b - Colonne de plasma sans grille métallique 35

3.2 c - Colonne de plasma avec grille métallique 36

3.2 d - Impédance et facteur hybride 37

CHAPITRE 4 - ETUDE EXPERIMENTALE DU MODE DIPOLAIRE

4.1 - La décharge 57

4.2 - Principe des mesures 61

4.3 - Résultats expérimentaux

4.3 a - Identification du mode dipolaire 62

4.3 b - Courbes de dispersion d'une colonne de plasma 66

4.3 c - Influence de la présence d'une paroi métallique entourant le plasma 66

4.3 d - Influence de la densité 67

CHAPITRE 5 - CAVITE DIPOLAIRE : MESURE DE DENSITE

5.1 - Principe de la mesure 71

5.2 - Signification de la densité mesurée 72

5.3 - Surtension de la cavité

5.3 a - Collisions avec les particules neutres 75

5.3 b - Collisions avec les parois 80

5.4 - Influence des divers paramètres 81

5.5 - Applications des cavités dipolaires

5.5 a - Contrôle de la constance de n dans une colonne de plasma 83

5.5 b - Mesures dans les post-décharges 84

5.5 c - Tracé des courbes de dispersion 84

CHAPITRE 6 - SPECTRE DE RESONANCE D'UNE CAVITE - COUPLAGE ENTRE LES MODES

6.1 - Pas de couplage entre les résonances de ''guide'' et de ''plasma'' 89

6.1 a - Les ''modes de guide''

6.1 b - Les ''modes de plasma'' 89

6.1 c - Equations de dispersion des modes de plasma ''tiède'' 93

6.2 - Couplage entre les résonances de ''guide'' et celles de ''plasma''

6.2 a - Plasmas ''froids'' 100

6.2 b - Plasmas ''tièdes'' 106

CONCLUSION 117

LISTE DES SYMBOLES 118

BIBLIOGRAPHIE 121

4.3 - Résultats expérimentaux

4.3 a - Identification du mode dipolaire 62

4.3 b - Courbes de dispersion d'une colonne de plasma 66

4.3 c - Influence de la présence d'une paroi métallique entourant le plasma 66

4.3 d - Influence de la densité 67

CHAPITRE 5 - CAVITE DIPOLAIRE : MESURE DE DENSITE

5.1 - Principe de la mesure 71

5.2 - Signification de la densité mesurée 72

5.3 - Extension de la cavité

5.3 a - Collisions avec les particules neutres 75

5.3 b - Collisions avec les parois 80

5.4 - Influence des divers paramètres 81

5.5 - Applications des cavités dipolaires

5.5 a - Contrôle de la constance de n dans une colonne de plasma 82

5.5 b - Mesures dans les post-décharges 84

5.5 c - Tracé des courbes de dispersion 84

CHAPITRE 6 - SPECTRE DE RESONANCE D'UNE CAVITE - COUPLAGE ENTRE LES MODES

6.1 - Pas de couplage entre les résonances de ''guide'' et de ''plasma'' 89

6.1 a - Les ''modes de guide''

6.1 b - Les ''modes de plasma''

6.1 c - Equations de dispersion des modes de plasma ''tétée'' 92

6.2 - Couplage entre les résonances de ''guide'' et celles de ''plasma''

6.2 a - Plasmas ''froids'' 100

6.2 b - Plasmas ''tièdes'' 105

CONCLUSION 117

LISTE DES SYMBOLES 118

BIBLIOGRAPHIE 121

INTRODUCTION

En commençant ce travail nous avons pensé faire l'étude de la propagation des ondes le long d'une colonne de plasma soumise à un champ magnétique extérieur ; mais en raison des difficultés pour interpréter les courbes expérimentales nous avons été amenés à faire l'étude sans champ magnétique. Certes quelques travaux avaient déjà été publiés sur ce sujet mais il existait quelques confusions dans l'interprétation des résultats expérimentaux.

Nous ne parlerons pas ici de tous les articles qui ont paru sur l'étude de la propagation des ondes en milieu limité ; nous en donnons une liste aussi complète que possible au début de la bibliographie. Néanmoins, il faut citer quelques études très générales : BERS[2] qui a donné les équations de dispersion pour de nombreuses structures et a regardé avec attention les fréquences de résonance et de coupure.

CAMUS[3] qui a, dans plusieurs articles, fait de nombreux calculs sur les principaux modes à symétrie axiale qui peuvent se propager dans une colonne de plasma.

Dans le présent travail nous avons essayé de faire une comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux ; nous avons donc été obligés de faire de nombreux calculs numériques afin d'obtenir des courbes de dispersion pour les structures expérimentales que nous désirions étudier.

Dans une première partie, nous donnons un certain nombre de résultats théoriques (Chap. 2 et 3) : des courbes de dispersion ont été tracées pour les principaux modes (en particulier le mode dipolaire) et nous essayons de définir les grandeurs fondamentales qui caractérisent un guide à plasma. Dans le chapitre suivant (chap. 4) nous comparons quelques résultats expérimentaux avec les calculs précédents et nous justifions les hypothèses que nous avions faites.

L'étude du mode dipolaire nous a permis de mettre au point une méthode de mesure de la densité d'une colonne de plasma ; certes CRAWFORD et KINO avaient utilisé la résonance dipolaire mais notre méthode permet d'en étendre le domaine d'utilisation ($n > 10^{12}$ cm^{-3}).

Dans la dernière partie, nous étudions le spectre de résonance d'une cavité contenant un plasma : nous avons mis ainsi en évidence de nombreuses résonances et tracé de nouvelles courbes de dispersion en utilisant une cavité de longueur variable (chap. 5). Pour terminer nous avons regardé le couplage des modes plasma et des modes du guide et nous avons pu ainsi avoir une idée de la forme des diagrammes de BRILLOUIN pour un guide à plasma (chap. 6). De plus, certains phénomènes qui avaient été mis en évidence lorsque l'on mesurait des densités de colonne de plasma par la méthode de la cavité, ont pu être expliqués.

CHAPITRE 1

EQUATIONS GENERALES POUR L'ETUDE DE LA PROPAGATION DANS DES PLASMAS LIMITES

Avant toute étude de structure donnée (colonne de plasma dans le vide, guide métallique contenant un plasma) il nous a paru essentiel de faire une étude générale des phénomènes de propagation en milieu limité. Le plasma sera toujours considéré comme un milieu de constante diélectrique $\bar{\varepsilon}_p$ qui dans le cas général sera un tenseur.

1.1 - Calcul du tenseur diélectrique

De nombreuses études ont été faites pour connaître la conductivité[1],[2] et par suite le tenseur diélectrique d'un plasma soumis à un champ magnétique uniforme. En raison des difficultés que posent le problème des plasmas limités, nous ferons les hypothèses suivantes :

- le plasma est neutre mais comme nous n'étudierons que la propagation des hautes fréquences, les ions seront considérés comme immobiles,

- les collisions entre les électrons et les neutres d'une part, et les ions d'autre part, n'auront pas d'influence sur la propagation : cela suppose que les fréquences de collision ν_{en} et ν_{ei} sont petites par rapport à la fréquence de l'onde

$$\frac{\nu_{en}}{\omega} \quad \text{et} \quad \frac{\nu_{ei}}{\omega} \ll 1$$

Nous reparlerons de l'amortissement de l'onde dans un prochain chapitre et nous verrons que les collisions des électrons sur les parois jouent par contre souvent un rôle important,

- pour simplifier également nous n'étudierons que les ondes dont la vitesse de phase est supérieure à la vitesse d'agitation thermique des électrons

$$v_\varphi \gg v_{th}$$

Ce point sera également étudié plus en détail dans le dernier chapitre où nous essaierons de comprendre la présence d'une série de résonances secondaires.

En supposant toutes ces conditions remplies le tenseur diélectrique s'écrit :

$$\overline{\overline{\varepsilon}}_o \overline{\overline{\varepsilon}}_p = \varepsilon_o \begin{vmatrix} \varepsilon_1 & -\varepsilon_2 & 0 \\ \varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{vmatrix} \qquad (1.1)$$

avec

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{X^2}{1 - Y^2}$$

$$\varepsilon_2 = j \frac{X^2 Y}{1 - Y^2}$$

$$\varepsilon_3 = 1 - X^2$$

où

$$X = \frac{\omega_p}{\omega} \qquad Y = \frac{\omega_b}{\omega}$$

ω_p est la fréquence plasma et ω_b est la fréquence cyclotron.

Dans le cas où le champ magnétique est nul, ce tenseur devient un scalaire et le plasma est isotrope. La valeur de la constante diélectrique est alors

$$\varepsilon_o \varepsilon_p = \varepsilon_o \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \qquad (1.2)$$

Nous allons maintenant étudier la propagation en milieu limité et dans tout ce qui suit nous supposerons que le plasma peut être considéré pour l'onde comme étant un diélectrique de permittivité relative $\overline{\overline{\varepsilon}}_p$.

1.2 - Equations de propagation

Pour obtenir l'équation d'onde il nous faut résoudre les équations de Maxwell, mais avant nous allons définir la structure des guides que nous étudierons : ce sera toujours une colonne de plasma de section quelconque (circulaire en général) et nous chercherons les ondes qui peuvent se propager suivant l'axe des z. Pour simplifier nous supposerons le champ magnétique constant suivant l'axe de propagation.

Nous sommes donc amenés à résoudre les équations de MAXWELL sachant que nous cherchons des solutions de la forme :

$$E = E_o \, e^{-\gamma z} \, e^{j\omega t} \qquad (1.3)$$

γ est une fonction de la fréquence mais est indépendant des coordonnées.

Les équations de MAXWELL s'écrivent alors :

$$\begin{aligned}
\vec{\nabla} \wedge \vec{E} &= - j \omega \mu_o \vec{H} \\
\vec{\nabla} \wedge \vec{H} &= j \omega \varepsilon_o \overline{\overline{\varepsilon}}_p \vec{E} \\
\nabla . (\varepsilon_o \overline{\overline{\varepsilon}}_p \vec{E}) &= 0 \\
\nabla . (\mu_o \vec{H}) &= 0
\end{aligned} \qquad (1.4)$$

Nous ne détaillerons pas les calculs[2],[3],[4] ; la méthode est la suivante : on sépare les composantes transverses des composantes longitudinales et après quelques lignes de calculs on obtient deux équations différentielles pour les champs E_z et H_z

$$\boxed{\begin{aligned} \nabla_T^2 E_z + \alpha E_z &= \eta H_z \\ \nabla_T^2 H_z + \delta H_z &= \theta H_z \end{aligned}} \qquad (1.5)$$

avec

$$\alpha = (\gamma^2 + k_o^2 \varepsilon_1) \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1}$$

$$\eta = j \omega \mu_o \gamma \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

$$\delta = \gamma^2 + k_o^2 \frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}{\varepsilon_1}$$

$$\theta = - j \omega \varepsilon_o \gamma \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_3}{\varepsilon_1}$$

$$k_o = \frac{\omega}{c}$$

Dans un milieu isotrope ($\varepsilon_2 = 0$ et par suite $\eta = \theta = 0$) nous avons deux équations différentielles découplées. Si on néglige les conditions aux limites il existe des ondes E et H pures ; cependant ces conditions introduisent des couplages entre les ondes E et H de sorte que les ondes qui se propageraient dans un guide composite seraient en général hybrides.

Dans le cas d'un plasma anisotrope ($\varepsilon_2 \neq 0$, $\eta \neq 0$ et $\theta \neq 0$) il ne peut exister des modes E ou H purs et les équations sont toujours couplées sauf à la fréquence de coupure des guides ($\gamma = 0$).

Les champs longitudinaux étant connus, on obtient les composantes transverses en utilisant l'équation suivante :

$$\begin{vmatrix} E_T \\ H_T \\ \vec{i}_z \wedge \vec{E}_T \\ \vec{i}_z \wedge \vec{H}_T \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B & C & D \\ E & A & F & C \\ -C & -D & A & B \\ -F & -C & E & A \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \nabla E_z \\ \nabla H_z \\ i_z \wedge \nabla_T E_z \\ i_z \wedge \nabla_T H_z \end{vmatrix} \qquad (1.6)$$

avec

$$A = - \frac{\gamma (\gamma^2 + k_o^2 \varepsilon_1)}{\Delta}$$

$$B = \frac{j \omega \mu k_o \varepsilon_2}{\Delta}$$

$$C = \frac{\gamma k_o \varepsilon_2}{\Delta}$$

$$D = \frac{j \omega \mu (\gamma + k_o \varepsilon_2)}{\Delta}$$

$$E = \frac{j \omega \gamma^2 \varepsilon_o \varepsilon_2}{\Delta}$$

$$F = - \frac{j \omega [\gamma^2 \varepsilon_1 + k_o^2 (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)]}{\Delta}$$

$$\Delta = (\gamma^2 + k_o^2 \varepsilon_1)^2 + (k_o \varepsilon_2)^2$$

Connaissant les champs de l'onde, pour obtenir l'équation de dispersion de la structure envisagée, il nous faut tenir compte des conditions aux limites ; à la limite de deux milieux 1 et 2 nous devons avoir:

a)- si le milieu 2 est métallique et peut être considérée comme un conducteur parfait

$$\begin{aligned} \vec{n} \wedge \vec{E}_1 &= 0 \\ \vec{n} \wedge \vec{B}_1 &= 0 \end{aligned} \qquad (1.7)$$

$\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal à la surface.

b)- si les deux milieux sont des diélectriques

$$\begin{aligned} \vec{n} \wedge (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) &= 0 \\ \vec{n} \wedge (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) &= 0 \end{aligned} \qquad (1.8)$$

Nous pouvons maintenant obtenir l'équation caractéristique d'une structure donnée ; pour pouvoir expliciter complètement les calculs nous allons envisager le cas simple d'un plasma isotrope .

CHAPITRE 2

EQUATION DE DISPERSION D'UN GUIDE A PLASMA

2.1- Introduction

Dans le chapitre précédent nous avons obtenu les équations différentielles qui permettent l'étude de la propagation des ondes dans des structures contenant un ou plusieurs diélectriques et en particulier lorsque l'un de ces diélectriques est un plasma.

De nombreuses expériences(16 à 24) ont été faites de la propagation des ondes le long de colonnes positives de décharge ; aussi allons-nous dans ce chapitre, étudier la structure représentée sur la figure 2.1 : une colonne de plasma de rayon a entourée d'un diélectrique de rayon extérieur b, le tout dans un guide de rayon d. Pour simplifier nous supposerons que le plasma n'est soumis à aucun champ magnétique ; sa constante diélectrique est donc scalaire et égale à

$$\varepsilon_o \varepsilon_p = \varepsilon_o \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \qquad (2.1)$$

Pour obtenir l'équation de dispersion nous devons résoudre les équations dans les trois milieux ; ces équations s'écrivent :

- milieu "plasma"

$$\nabla_T^2 E_z + p^2 E_z = 0 \qquad (2.2)$$

$$\nabla_T^2 H_z + p^2 H_z = 0 \qquad (2.3)$$

avec

$$p^2 = \gamma^2 + k_o^2 \varepsilon_p \qquad (2.4)$$

Les champs transverses se déduisent de E_z et de H_z en utilisant les équations suivantes :

$$\vec{E}_T = - \frac{\gamma}{p^2} \overrightarrow{\nabla_T E_z} + \frac{j \omega \mu_o}{p^2} i_z \wedge \overrightarrow{\nabla_T H_z} \qquad (2.5)$$

$$\vec{H}_T = - \frac{\gamma}{p^2} \overrightarrow{\nabla_T H_z} + \frac{j\omega\varepsilon_o \varepsilon_1}{p^2} i_z \wedge \overrightarrow{\nabla_T E_z} \qquad (2.6)$$

- milieu "diélectrique"

$$\nabla_T^2 E_z + S^2 E_z = 0 \qquad (2.7)$$

$$\nabla_T^2 H_z + S^2 H_z = 0 \qquad (2.8)$$

avec

$$S^2 = \gamma^2 + k_o^2 \varepsilon_v \qquad (2.9)$$

- milieu "vide"

$$\nabla_T^2 E_z + q^2 E_z = 0 \qquad (2.10)$$

$$\nabla_T^2 H_z + q^2 H_z = 0 \qquad (2.11)$$

avec

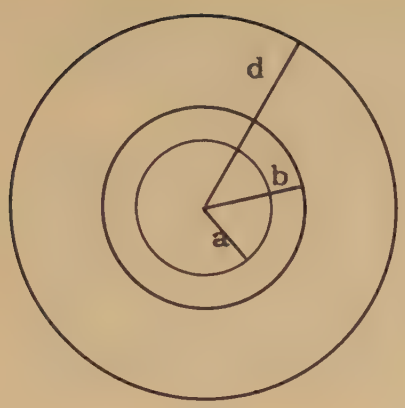
$$q^2 = \gamma^2 + k_o^2 \qquad (2.12)$$

Les équations donnant les composantes transverses pour ces deux milieux sont identiques aux équations (2.5.) et (2.6) en remplaçant p^2 par S^2 ou par q^2 .

2.2 - Classification des ondes

2.2 a/- Ondes lentes et ondes rapides

Avant de résoudre ces six équations nous allons étudier le signe de p^2, S^2 et q^2 ; tout d'abord il faut remarquer que la constante diélectrique ε_p est toujours inférieure à 1 et qu'elle peut même devenir négative lorsque la fréquence plasma est plus grande que ω . Si nous cherchons des solu-



guide métallique

diélectrique ε_o

diélectrique : $\varepsilon_o \varepsilon_v$

plasma : $\varepsilon_o \varepsilon_p$

Figure 2.1 - Structure du guide : l'axe de propagation est perpendiculaire à la figure

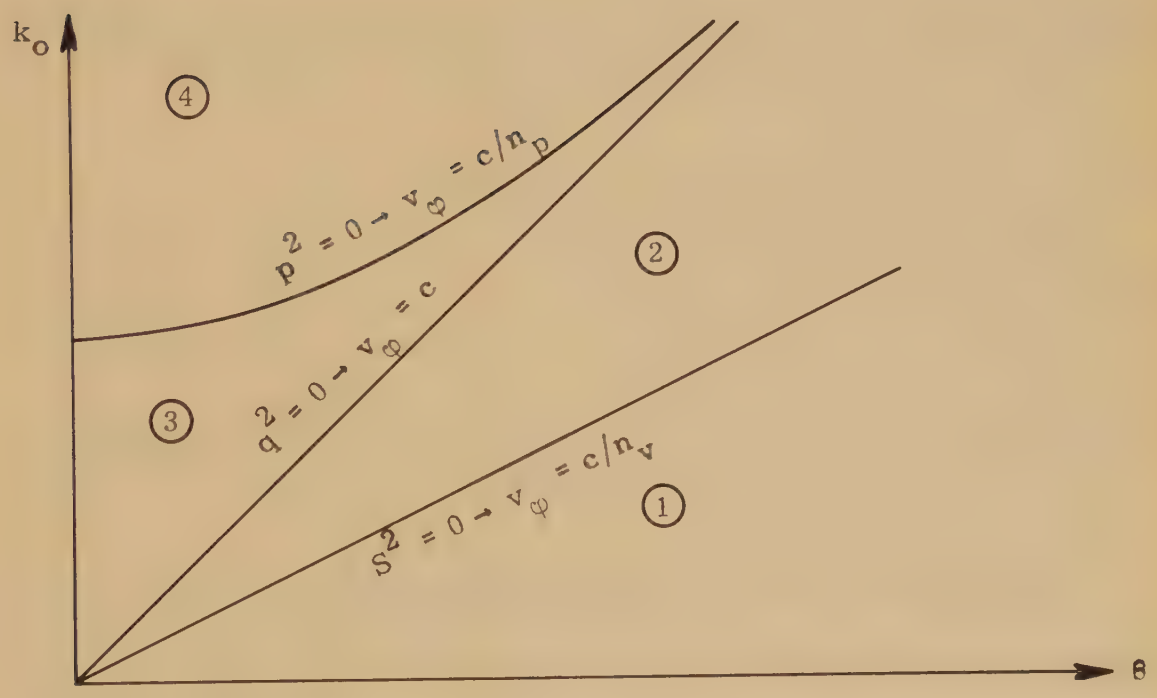


Figure 2.2 - Diagramme k_o - β : signe des constantes transverses de propagation

tions où l'onde se propage sans atténuation ($\gamma = j\beta$) nous pouvons tracer dans un diagramme $k_o - \beta$ les courbes $p^2 = 0$, $S^2 = 0$ et $q^2 = 0$ (Fig. 2.2).

Ces courbes correspondent aux conditions où la vitesse de phase v_φ de l'onde est égale à celle de la lumière dans l'un des trois milieux : $v_\varphi = \frac{c}{n_p}$, $v_\varphi = c$ et $v_\varphi = \frac{c}{n_v}$ où n_p et n_v sont les indices du plasma et du diélectrique ; à noter que la courbe $v_\varphi = \frac{c}{n_p}$ dépend de la fréquence plasma mais quelle que soit la valeur de ω_p elle se trouve toujours entièrement à gauche de la droite $v_\varphi = c$.

Nous avons ainsi délimité dans le plan $k_o - \beta$ quatre régions :

α)- deux régions (1 et 2) où la vitesse de phase est inférieure à celle de la lumière dans le vide ($v_\varphi < c$) : c'est le domaine des ondes lentes:

- région 1 : onde lente par rapport à toutes les vitesses de la lumière dans les différents milieux : $0 < v_\varphi < \frac{c}{n_v} < c < \frac{c}{n_p}$

- région 2 : onde lente par rapport à toutes les vitesses de la lumière sauf dans le diélectrique : $\frac{c}{n_v} < v_\varphi < c < \frac{c}{n_p}$

β)- deux régions (3 et 4) où la vitesse de phase est supérieure à celle de la lumière ($v_\varphi > c$) : c'est le domaine des ondes rapides :

- région 3 : onde rapide par rapport à toutes les vitesses de la lumière sauf dans le plasma : $c < v_\varphi < \frac{c}{n_p}$

- région 4 : onde rapide par rapport à toutes les vitesses de la lumière dans les différents milieux $\frac{c}{n_p} < v_\varphi < \infty$

2.2 b/- Solutions des équations aux champs longitudinaux

Dans le cas d'une structure cylindrique nous devons chercher des solutions de la forme

$$E_z = E_o \cdot F(r) \cdot e^{jn\varphi} \qquad (2.13)$$

où n est un nombre entier

et F(r) une fonction dépendant uniquement de r, solution d'une équation de la forme :

$$\frac{1}{r}\frac{\delta}{\delta r}\left(r.\frac{\delta F}{\delta r}\right) + \left(q^2 - \frac{m^2}{r^2}\right) F = 0 \qquad (2.14)$$

Suivant le signe de q^2 nous avons soit pour $q^2 > 0$

$$F(r) = A\, J_m(qr) + B\, Y_m(qr) \qquad (2.15)$$

soit pour $q^2 < 0$

$$F(r) = A\, I_m(Tr) + B\, K_m(Tr) \qquad (2.16)$$

où $T = jq$

J_m , Y_m , I_m , K_m sont des fonctions de BESSEL.

Le tableau 2.1 précise ces solutions dans les différents milieux (plasma, diélectrique, vide) et dans les quatre régions du plan $k_o - \beta$.

Les fonctions G_{mm} et H_{mm} sont des combinaisons de fonctions de BESSEL

$$G_{mm}(x,y) = I_m(x) \cdot K_m(y) - I_m(y) \cdot K_m(x)$$

$$H_{mm}(x,y) = J_m(x) \cdot Y_m(y) - J_m(y) \cdot Y_m(x)$$

et $G_{mm'}$ et $H_{mm'}$, sont des dérivées de ces fonctions comme nous les avons définies dans la liste des symboles.

Les constantes arbitraires A , B , C , D , E , F , G , H qui figurent dans le tableau 2.1 seront déterminées par les conditions aux limites (à un coefficient de proportionnalité près).

A noter que nous avons déjà appliqué les conditions aux limites à la surface du guide afin de simplifier la présentation.

Connaissant les composantes longitudinales, il est facile de calculer les composantes transverses en utilisant les équations (2.5) et (2.6).

TABLEAU 2.1 : SOLUTIONS DES EQUATIONS AUX CHAMPS LONGITUDINAUX

	Onde "lente" $v_\varphi < C$		Onde "rapide" $v_\varphi > C$	
	Région 1	Région 2	Région 3	Région 4
	$0 < v_\varphi < C$	$\frac{C}{n_v} < v_\varphi < C$	$C < v_\varphi < \frac{C}{n_p}$	$\frac{C}{n_p} < v_\varphi < \infty$
plasmas $p^2 = -\Gamma^2 = \gamma^2 + k_o^2 \varepsilon_p$	$Ez = A\, I_m(\Gamma a)\, e^{jm\varphi}$ $Hz = B\, I_m(\Gamma a)\, e^{jm\varphi}$	$Ez = A\, I_m(\Gamma a)\, e^{jm\varphi}$ $Hz = B\, I_m(\Gamma a)\, e^{jm\varphi}$	$Ez = A\, I_m(\Gamma a)\, e^{jm\varphi}$ $Hz = B\, I_m(\Gamma a)\, e^{jm\varphi}$	$Ez = A\, J_m(pa)\, e^{jm\varphi}$ $Hz = B\, J_m(pa)\, e^{jm\varphi}$
diélectrique $S^2 = -R^2 = \gamma^2 + k_o^2 \varepsilon_v$	$Ez = E\, I_m(Rr) + F\, K_m(Rr)\; e^{jm\varphi}$ $Hz = G\, I_m(Rr) + H\, K_m(Rr)\; e^{jm\varphi}$	$Ez = E\, J_m(Sr) + F\, Y_m(Sr)\; e^{jm\varphi}$ $Hz = G\, J_m(Sr) + H\, Y_m(Sr)\; e^{jm\varphi}$	$Ez = E\, J_m(Sr) + F\, Y_m(Sr)\; e^{jm\varphi}$ $Hz = G\, J_m(Sr) + H\, Y_m(Sr)\; e^{jm\varphi}$	$Ez = E\, J_m(Sr) + F\, Y_m(Sr)\; e^{jm\varphi}$ $Hz = G\, J_m(Sr) + H\, Y_m(Sr)\; e^{jm\varphi}$
vide $q^2 = -T^2 = \gamma^2 + k_o^2$	$Ez = C\, G_{mm}(Tr, Td)\, e^{jm\varphi}$ $Hz = D\, G_{mm'}(Tr, Td)\, e^{jm\varphi}$	$Ez = C\, G_{mm}(Tr, Td)\, e^{jm\varphi}$ $Hz = D\, G_{mm'}(Tr, Td)\, e^{jm\varphi}$	$Ez = C\, H_{mm}(qr, qd)\, e^{jm\varphi}$ $Hz = D\, H_{mm'}(qr, qd)\, e^{jm\varphi}$	$Ez = C\, H_{mm}(qr, qd)\, e^{jm\varphi}$ $Hz = D\, H_{mm'}(qr, qd)\, e^{jm\varphi}$

2.2 c/- Cas des structures sans guide métallique extérieur

Dans ce cas nous devons avoir des champs décroissant suivant r à l'extérieur du plasma de telle sorte que

$$q^2 < 0$$

par suite à cause de l'équation (2.12) nous avons également

$$\beta < k_o^2$$

Il n'existe donc que des ondes lentes et nous n'avons de solutions que dans les régions 1 et 2 ; les champs dans le vide s'écrivent alors

$$E_z = C\, K_n(Tr)\ e^{jn\varphi} \qquad (2.17)$$

$$H_z = D\, K_n(Tr)\ e^{jn\varphi} \qquad (2.18)$$

Cette structure n'est qu'un cas particulier mais nous verrons qu'il peut présenter certains intérêts.

2.3 - Equation de dispersion

2.3 a/- Couplage entre les modes E et H

Pour obtenir l'équation de dispersion il nous faut maintenant appliquer les conditions aux limites pour r = a et r = b (continuité des composantes tangentielles) ; nous obtenons ainsi un système homogène de 8 équations par rapport aux 8 inconnues A , B , C , D , E , F, G , H ; pour que ce système soit compatible, il faut que son déterminant soit nul : le tableau 2.2. le donne à titre d'exemple pour la région 4 ($v_\varphi > c$) ; nous avons donné les déterminants pour les régions 1, 2 et 3 dans un article[13] ; ils ont tous la même forme et les remarques que nous allons faire maintenant sont valables pour toutes les régions du plan et également pour la structure ne comprenant pas de guide métallique.

L'équation de dispersion est donc un déterminant 8 sur 8 qui peut se décomposer ainsi :

onde E	couplage
couplage	onde H

Ce déterminant permet d'obtenir tous les modes qui peuvent exister dans un guide circulaire contenant trois sortes de diélectriques. Contrairement au guide classique on ne peut plus en général séparer les modes E et les modes H. Il existe des termes de couplages qui ne s'annulent que dans deux cas :

α) n = 0 : les modes à symétrie axiale sont soit E soit H

β) γ = 0 : aux fréquences de coupure de tous les modes, l'onde est soit E soit H ; cela nous permettra par la suite de distinguer deux sortes de modes et de les relier aux modes classiques des guides.

Nous allons maintenant étudier l'équation de dispersion pour les modes n = 0 et n = 1.

2.3 b/- Equations et courbes de dispersion des modes n = 0

Dans ce cas nous avons deux équations l'une pour les ondes E , l'autre pour les ondes H

α) Ondes E

L'équation de dispersion pour ce mode est assez simple et il nous est possible de l'écrire pour les différentes régions du plan

- dans le cas d'une onde "rapide" ($v_\varphi > c$) nous avons si $v_\varphi > \frac{c}{n_p}$ (région 4)

$$\frac{\varepsilon_p}{p}\frac{J_o'(pa)}{J_o(pa)} = \frac{\varepsilon_v}{S}\left[\frac{Y_o'(Sa)}{Y_o(Sa)} + \frac{\frac{1}{q}\frac{Y_o(Sb)}{Y_o(Sa)}\frac{H_{n'n}(qb,qd)}{H_{nn}(qb,qd)} - \frac{\varepsilon_v}{S}\frac{Y_o'(Sb)}{Y_o(Sa)}}{\frac{1}{q}\frac{H_{n'n}(qb,qd)}{H_{nn}(qb,qd)}\frac{H_{nn}(Sb,Sa)}{H_{n'n}(Sa,Sa)} - \frac{\varepsilon_v}{S}\frac{H_{n'n}(Sb,Sa)}{H_{n'n}(Sa,Sa)}}\right] \quad (2.19)$$

TABLEAU 2.2 : DETERMINANT DONNANT L'EQUATION DE DISPERSION

Variables / Continuité de	A	C	E	F	B	D	G	H
Ez (r = a)	J_m (pa)		$-J_m$ (Sa)	$-Y$ (Sa)				
Ez (r=b)		$-H_{mm}$ (qb, qd)	J_m (Sb)	Y (Sb)				
Hφ (r=a)	$\frac{k_o}{p} \epsilon_p J'_m$ (pa)		$-\frac{k_o}{S} \epsilon_v J'_m$ (Sa)	$-\frac{k_o}{S} \epsilon_v Y'_m$ (Sa)	$-\frac{m}{a} \frac{\gamma}{p^2} J_m$ (pa)		$\frac{m}{a} \frac{\gamma}{S^2} J_m$ (Sa)	$\frac{m}{a} \frac{\gamma}{S^2} Y$ (Sa)
Hφ (r=b)		$-\frac{k_o}{q} H'_{mm}$ (qb, qd)	$\frac{k_o}{S} \epsilon_v J'_m$ (Sb)	$\frac{k_o}{S} \epsilon_v Y'$ (Sb)		$\frac{m}{b} \frac{\gamma}{q^2} H_{mm'}$(qb, qd)	$-\frac{m}{b} \frac{\gamma}{S^2} J_m$ (Sb)	$-\frac{m}{b} \frac{\gamma}{S^2} Y$ (Sb)
Eφ (r=b)		$\frac{m}{b} \frac{\gamma}{q^2} H_{mm}$(qb, qd)	$-\frac{m}{b} \frac{\gamma}{S^2} J_m$ (Sb)	$-\frac{m}{b} \frac{\gamma}{S^2} Y_m$ (Sb)		$\frac{k_o}{q} H_{mm'}$(qb, qd)	$-\frac{k_o}{S} J'_m$ (Sb)	$\frac{k_o}{S} Y'_m$ (Sb)
Eφ (r=a)	$-\frac{m}{a} \frac{\gamma}{p^2} J_m$ (pa)		$\frac{m}{a} \frac{\gamma}{S^2} J_m$ (Sa)	$\frac{m}{a} \frac{\gamma}{S^2} Y$ (Sa)	$-\frac{k_o}{p} J'_m$ (pa)		$\frac{k_o}{S} J'_m$ (Sa)	$\frac{k_o}{S} Y'_m$ (Sa)
Hz (r=b)						$-H_{mm'}$ (qb, qd)	J_m (Sb)	Y_m (Sb)
Hz (r=a)					J_m (pa)		$-J_m$ (Sa)	$-Y_m$ (Sa)

et si $v_\varphi < \frac{c}{n_p}$ (région 3), la même équation en remplaçant le terme de gauche par

$$- \frac{\varepsilon_p}{\Gamma} \frac{I_o'(\Gamma a)}{I_o(\Gamma a)} \qquad (2.20)$$

Ces équations possèdent une série illimitée de solutions ce sont les modes E_{on} que nous appellerons "modes de guide, perturbés par le plasma"; en effet, ils existent même lorsqu'il n'y a pas de plasma et leur courbe de dispersion n'est que légèrement perturbée par le plasma

- dans le cas d'une onde "lente" ($v_\varphi < c$) nous obtenons

si $v_\varphi > \frac{c}{n_v}$ (région 2)

$$-\frac{\varepsilon_p}{\Gamma}\frac{I_o'(\Gamma a)}{I_o(\Gamma a)} = \frac{\varepsilon_v}{S}\left[\frac{Y_o'(Sa)}{Y_o(Sa)} - \frac{\frac{1}{T}\frac{Y_o(Sb)}{Y_o(Sa)}\frac{G_{n'n}(Tb,Td)}{G_{nn}(Tb,Td)} - \frac{\varepsilon_v}{S}\frac{Y_o'(Sb)}{Y_o(Sa)}}{\frac{1}{T}\frac{G_{n'n}(Tb,Td)}{G_{nn}(Tb,Td)}\cdot\frac{H_{nn}(Sb,Sa)}{H_{n'n}(Sa,Sa)} + \frac{\varepsilon_v}{S}\frac{H_{n'n}(Sb,Sa)}{H_{n'n}(Sa,Sa)}}\right] \qquad (2.21)$$

si $v_\varphi < \frac{c}{n_v}$ (région 1)

$$-\frac{\varepsilon_p}{\Gamma}\frac{I_o'(\Gamma a)}{I_o(\Gamma a)} = -\frac{\varepsilon_v}{R}\left[\frac{K_o'(Ra)}{K_o(Ra)} - \frac{\frac{1}{T}\frac{K_o(Rb)}{K_o(Ra)}\frac{G_{n'n}(Tb,Td)}{G_{nn}(Tb,Td)} - \frac{\varepsilon_v}{R}\frac{K_o'(Rb)}{K_o(Ra)}}{\frac{1}{T}\frac{G_{n'n}(Tb,Td)}{G_{nn}(Tb,Td)}\cdot\frac{G_{nn}(Rb,Ra)}{G_{n'n}(Ra,Ra)} - \frac{\varepsilon_v}{R}\frac{G_{n'n}(Rb,Ra)}{G_{n'n}(Ra,Ra)}}\right] \qquad (2.22)$$

Ces équations ne possèdent qu'une seule solution : c'est un mode qui est dû uniquement à la présence du plasma : sans guide ce mode existe déjà tandis qu'un guide sans plasma ne peut propager un tel mode. C'est le "mode de plasma" dont nous reparlerons .

β) Ondes H

Nous pouvons également écrire les équations de dispersion pour ces modes mais il nous faut d'abord noter que nous n'avons trouvé aucune solution dans les régions 1 et 2 : il n'existe pas d'onde "lente".

Dans le cas d'une onde "rapide" ($v_\varphi > c$) nous avons

si $v_\varphi > \frac{c}{n_p}$ (région 4)

$$\frac{1}{p}\frac{J_o'(pa)}{J_o(pa)} = \frac{1}{S}\left[\frac{Y_o'(Sa)}{Y_o(Sa)} + \frac{\frac{1}{q}\frac{Y_o(Sb)}{Y_o(Sa)}\frac{H_{n'm'}(qb,qd)}{H_{nm'}(qb,qd)} - \frac{1}{S}\frac{Y_o'(Sb)}{Y_o(Sa)}}{\frac{1}{q}\frac{H_{n'n}(qb,qd)}{H_{nn'}(qb,qd)}\frac{H_{nn}(Sb,Sa)}{H_{n'n}(Sa,Sa)} - \frac{1}{S}\frac{H_{n'n}(Sb,Sa)}{H_{n'n}(Sa,Sa)}}\right] \quad (2.23)$$

si $v_\varphi < \frac{c}{n_p}$ (région 3) la même équation en remplaçant comme pour l'onde E le terme de gauche par

$$-\frac{I}{\Gamma}\frac{I_o'(\Gamma a)}{I_o(\Gamma a)} \quad (2.24)$$

Il existe uniquement des ondes "rapides" ce sont les "modes de guide perturbés par le plasma".

Nous avons tracé trois diagrammes de BRILLOUIN pour illustrer ce que nous venons de dire (Fig. 2.3) ; nous remarquons que les modes H ne sont que très faiblement perturbés par la présence du plasma, tandis que les modes E sont fortement perturbés. Ceci peut se voir dans les équations de dispersion : pour les ondes E la constante diélectrique du plasma intervient directement tandis que pour les ondes H elle n'intervient que par l'argument des fonctions de BESSEL, Physiquement cela s'explique par le fait que seul le champ électrique est perturbée par le plasma ; vu le diamètre du plasma par rapport à celui du guide il est nécessaire, pour voir une perturbation, que le champ électrique soit important dans le plasma, ce qui n'est pas le cas pour les modes H.

2.3 c/- Equations et courbes de dispersion des modes n = 1

Dès que n est différent de zéro l'étude se complique et il est préférable de laisser l'équation de dispersion sous la forme d'un déterminant.

Comme nous l'avons dit, aux fréquences de coupure ces modes hybrides deviennent soit E soit H ; pour cette raison nous appellerons mode EH le mode

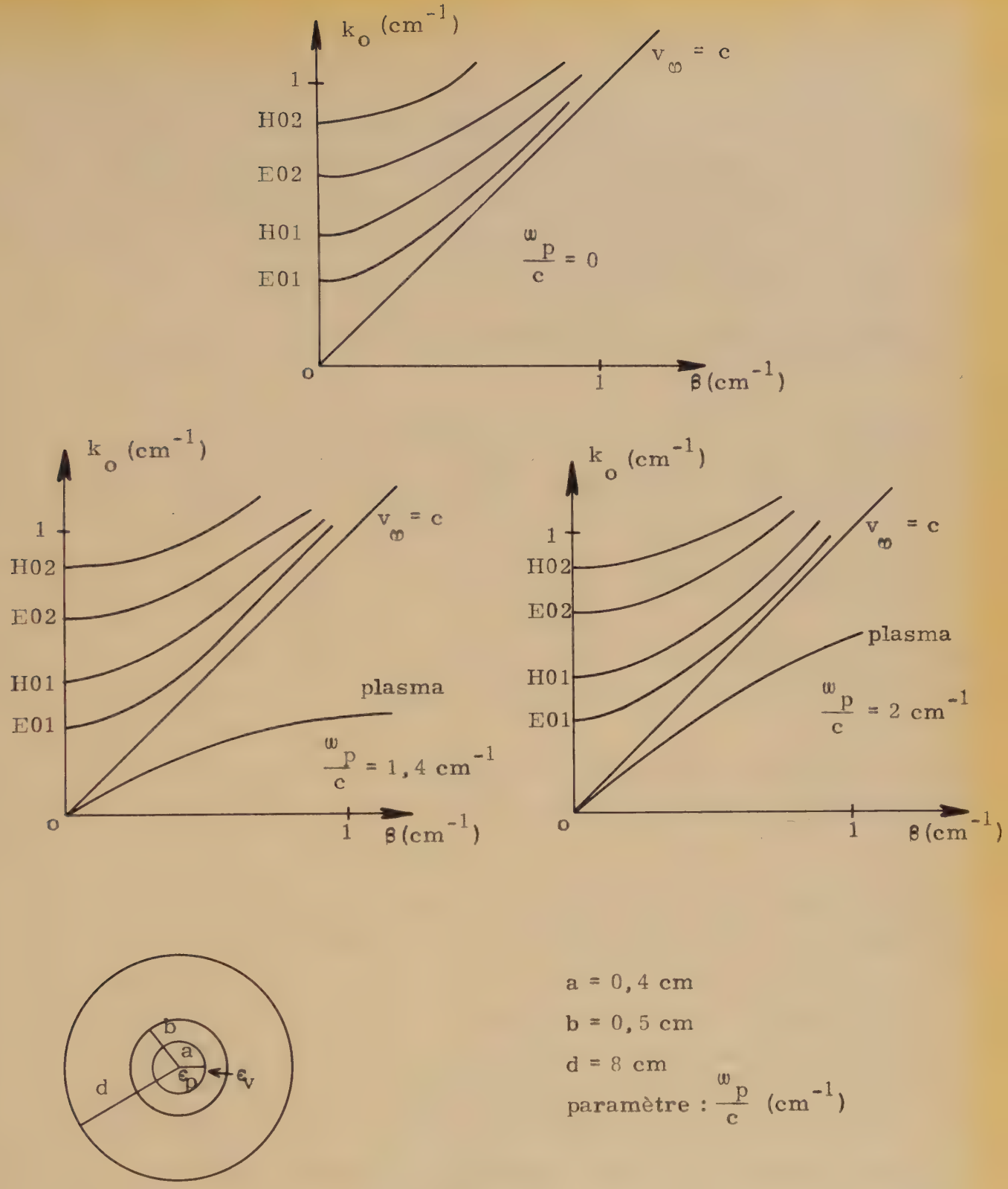


Fig. 2.3 - Courbes de dispersion du mode m = 0
Influence de la densité du plasma

qui est E pour $\beta = 0$ et mode HE celui qui est H pour $\beta = 0$. Ces modes sont également appelés quasi - E ou quasi - H mais cette appellation ne nous paraît pas tout à fait correcte, car comme nous le verrons plus loin un mode qui est H à la coupure peut devenir E lorsque β tend vers l'infini.

Nous remarquerons comme précédemment deux sortes de solutions :

α) - Les "modes de guide perturbés par le plasma" qui seront soit EH soit HE ,

β) - un "mode de plasma" qui est EH et qui est plus communément appelé mode dipolaire. Mais contrairement à ce qui se passe pour $n \neq 0$, ce mode peut avoir une vitesse de phase supérieure à celle de la lumière ; aussi pour cette raison il peut déformer les modes classiques du guide.

Pour illustrer cette remarque nous avons tracé deux séries de diagrammes de BRILLOUIN

- la première pour un guide de rayon d = 8 cm contenant une colonne de plasma (a = 0,4 cm , b = 0,5 cm) de densité variable ($\frac{\omega_p}{c} = 0,\ 0{,}7\ ,\ 1{,}4\ ,\ 2\ cm^{-1}$) (Fig. 2.4)

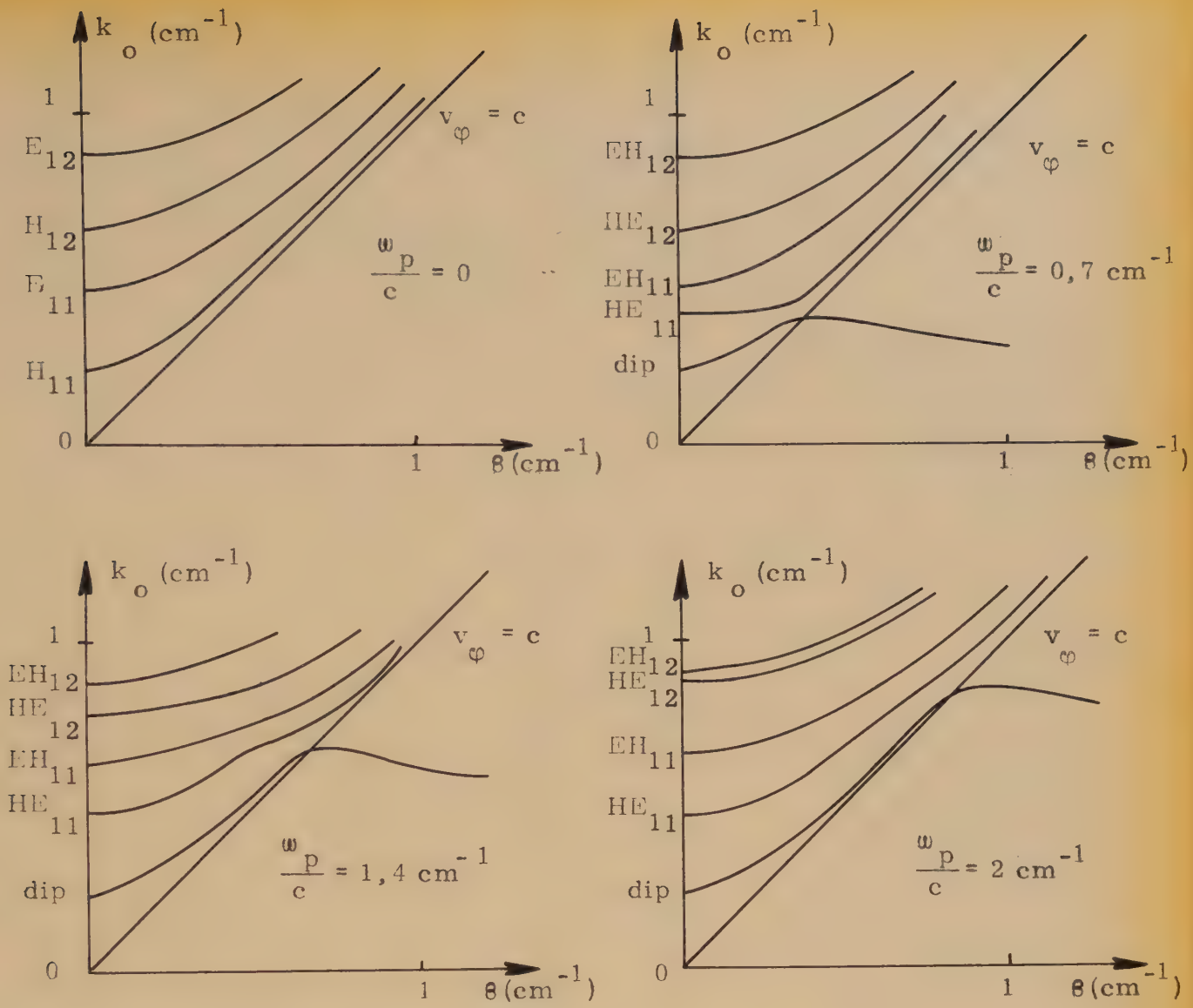
- la seconde pour un guide contenant une colonne de plasma de densité donnée ($\frac{\omega_p}{c} = 1{,}4\ cm^{-1}$) mais de dimensions variables (a, b, d) (Fig. 2.5).

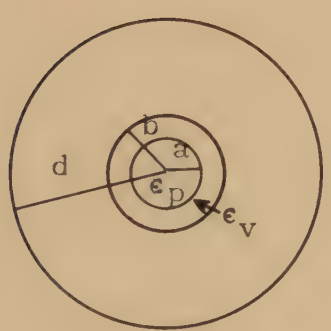
Nous notons que :

- même pour une densité assez faible le mode HE_{11} est très déformé par la présence du plasma surtout pour les faibles valeurs de β (grande valeur de v_φ)

- ce ne sont pas les dimensions relatives de la colonne de plasma et du guide qui joue un rôle dans la perturbation des modes du guide, mais les valeurs relatives de la fréquence plasma ω_p (et non pas le nombre de particules dans une section $\omega_p^2 a^2$) et de la fréquence de coupure du guide.

Nous reparlerons de ces modes de "guide" dans le dernier chapitre en étudiant les fréquences de résonance d'une cavité contenant un plasma, mais il nous a semblé intéressant ici de situer les différents modes avant de les étudier séparément.

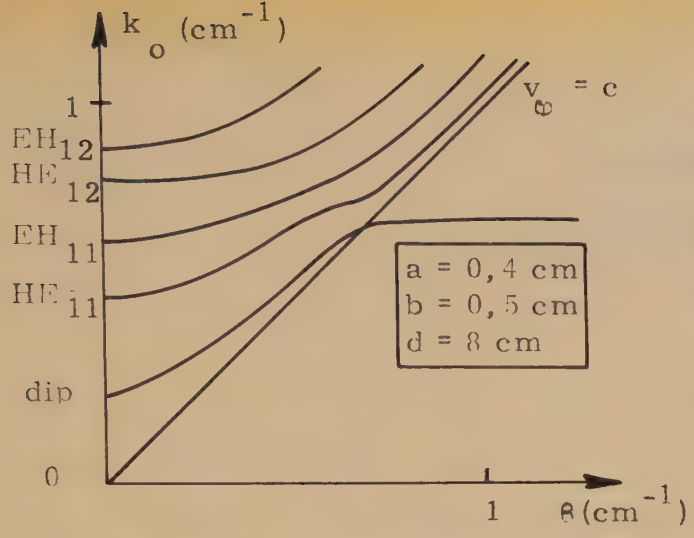


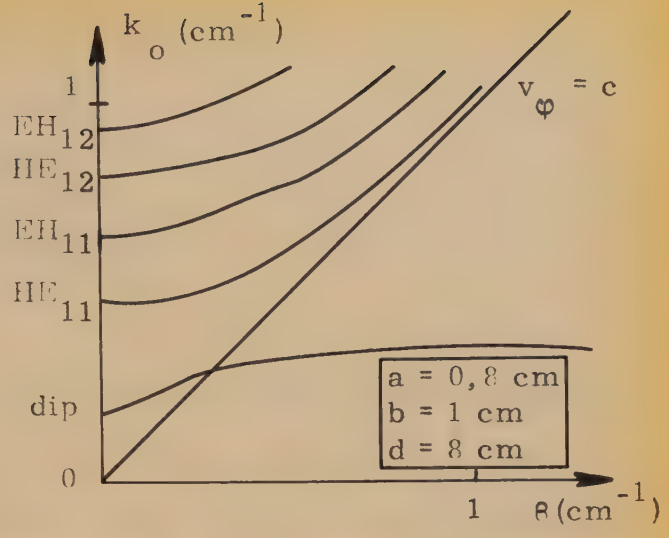


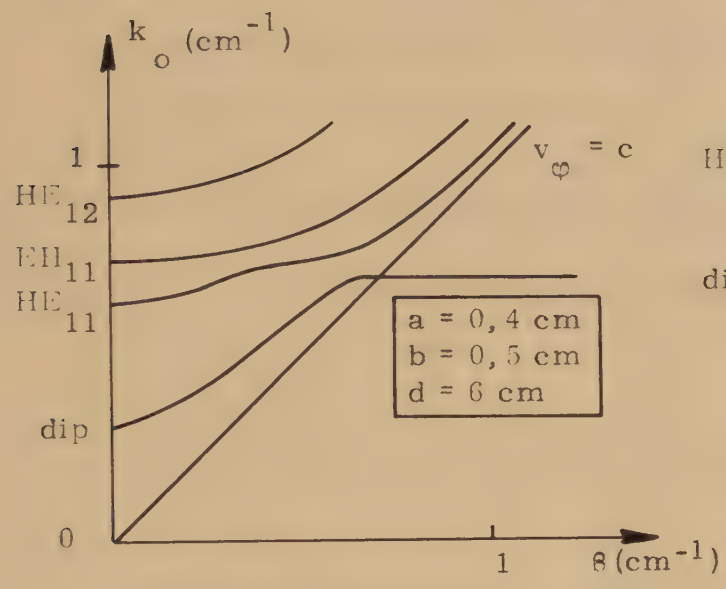
a = 0,4 cm
b = 0,5 cm
d = 8 cm
ε_v = 5

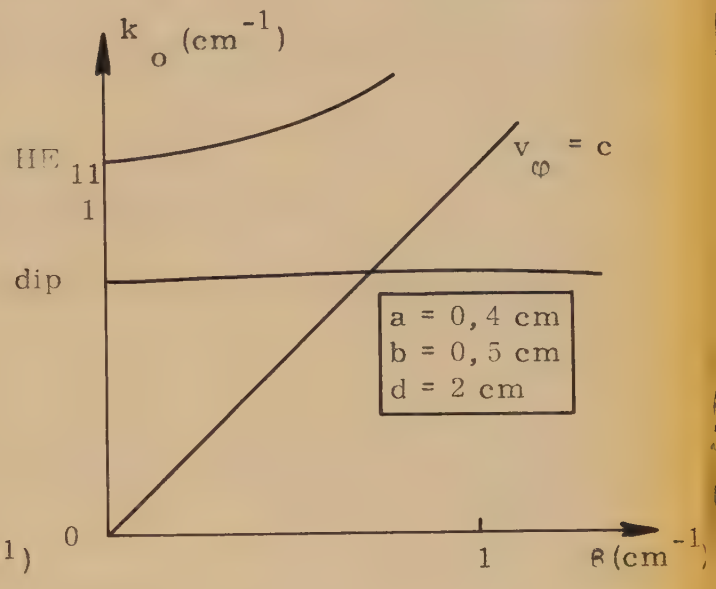
paramètre : $\frac{\omega_p}{c}$ (cm^{-1})

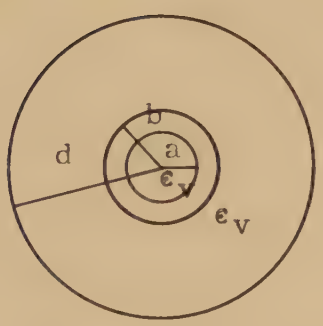
Fig. 2.4 - Courbes de dispersion du mode m = 1
Influence de la densité du plasma











$\varepsilon_v = 5$

$\frac{\omega_p}{c} = 1,4 \text{ cm}^{-1}$

paramètres : a (cm), b (cm), d (cm)

Fig. 2.5 - Courbes de dispersion du mode m = 1
Influence des dimensions : a, b et d

CHAPITRE 3

LES MODES DE PLASMA

Pour étudier ces modes(8 à 15) et en particulier le mode dipolaire ($m = 1$) il nous a semblé intéressant d'étudier leur propagation dans des structures très simples car nous pourrons ainsi définir un certain nombre de notions qui nous paraissent essentielles et que nous généraliserons par la suite pour les autres structures.

3.1 - Colonne de plasma entourée d'un diélectrique infini.

C'est la géométrie la plus simple et pour un tel guide l'équation de dispersion s'écrit :

$$\left[\frac{T}{\Gamma}\,\frac{I_m'(\Gamma a)}{I_m(\Gamma a)} - \frac{K_m'(Ta)}{K_m(Ta)}\right]\left[\varepsilon_p \frac{T}{\Gamma}\,\frac{I_m'(\Gamma a)}{I_m(\Gamma a)} - \frac{K_m'(Ta)}{K_m(Ta)}\right] = m^2\beta^2\left[\frac{T}{K_o a}\right]^2\left[\frac{1}{\Gamma^2} - \frac{1}{T^2}\right] \quad (3.1)$$

Nous allons étudier les deux modes principaux ($m = 0$ et $m = 1$)

3.1 a/- mode à symétrie axiale ($m = 0$)

Lorsque $m = 0$, l'équation se divise en deux :

- la première

$$\frac{T}{\Gamma} \cdot \frac{I_1(\Gamma a)}{I_o(\Gamma a)} + \frac{K_1(Ta)}{K_o(Ta)} = 0 \quad (3.2)$$

on peut montrer qu'elle correspond aux ondes H mais elle n'a pas de solution et il n'existe pas d'onde H pour cette structure

- la seconde

$$\varepsilon_p \frac{T}{\Gamma} \frac{I_1(\Gamma a)}{I_o(\Gamma a)} + \frac{K_1(Ta)}{K_o(Ta)} = 0 \qquad (3.3)$$

possède une solution et une seule ; c'est une onde E que nous allons étudier rapidement :

α) pour $\beta \to \infty$ nous avons $\varepsilon_p \to -1$, c'est-à-dire que la fréquence de résonance est donnée par :

$$\boxed{\omega_{res} = \frac{\omega_p}{(1 + \varepsilon_v)^{1/2}}} \qquad (3.4)$$

β) dans le domaine des basses fréquences ($\omega \to 0$) l'équation de dispersion a toujours une solution ; <u>ce mode n'a pas de fréquence de coupure</u> et toute fréquence inférieure à la fréquence de résonance peut se propager dans une telle structure.

Ce mode a été étudié par plusieurs auteurs[9],[15] : aussi nous ne donnerons ici que quelques courbes de dispersion (Fig. 3.1).

3.1 b/- <u>mode dipolaire</u> (m = 1)

α) <u>Fréquences de résonance et de coupure</u>

Pour les modes supérieurs ($m \neq 0$) il faut noter que :

- la fréquence de résonance est toujours donnée par la même équation

$$\boxed{\omega_{res} = \frac{\omega_p}{(1 + \varepsilon_v)^{1/2}}}$$

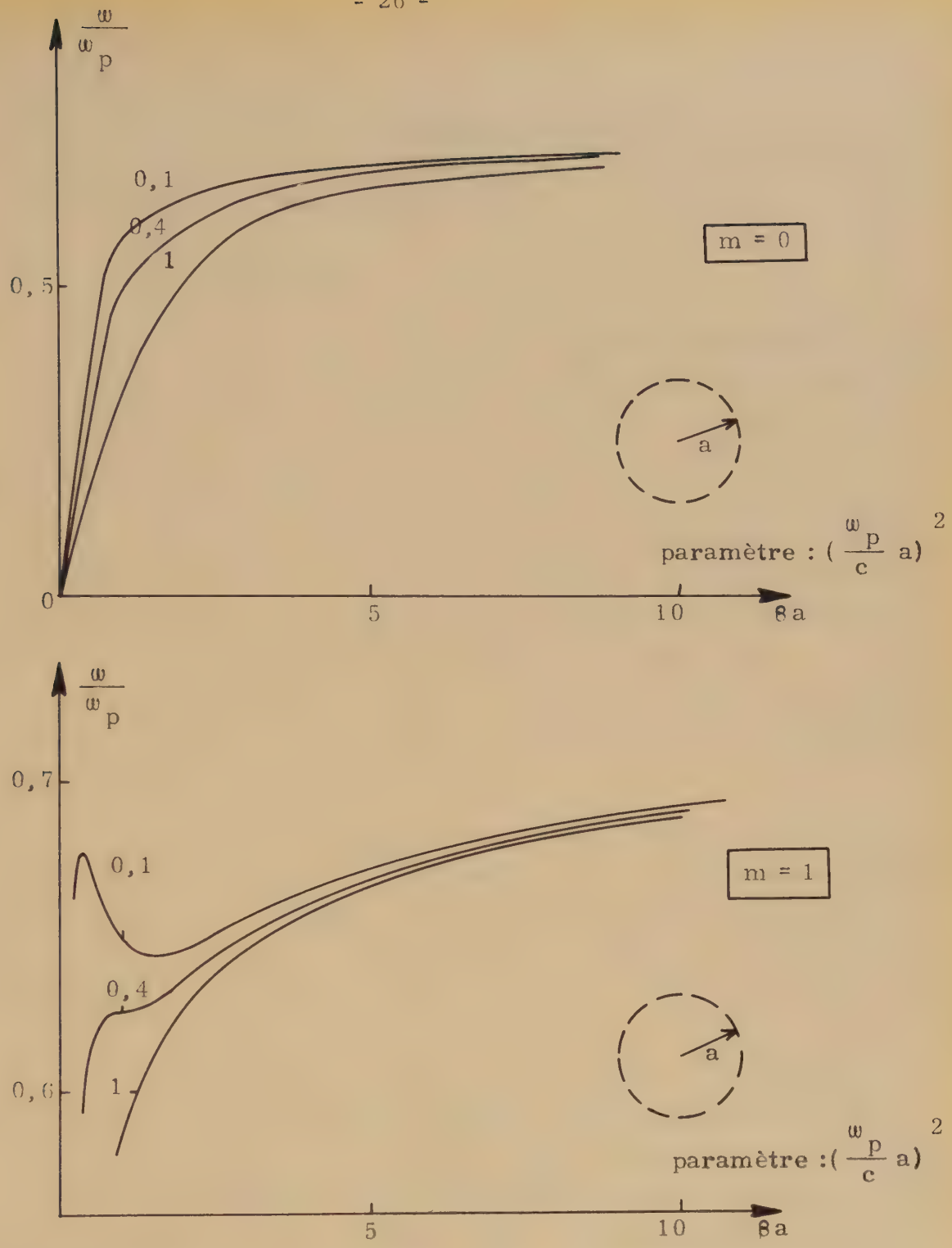


Fig. 3.1 - Courbes de dispersion d'une colonne de plasma entourée de vide ($\varepsilon_v = 1$)

Influence de la densité

- par contre la fréquence de coupure, qui n'existe pas pour le mode dipolaire ($\omega \to 0$ quand $\beta \to 0$) est comprise entre la fréquence zéro et celle de la résonance pour tous les autres modes[2].

β) mode inverse

La figure 3.1 nous donne quelques courbes de dispersion, le paramètre étant $I = \frac{\omega_p^2}{c^2} a^2$; nous remarquerons immédiatement que ce paramètre joue un rôle essentiel et que, si pour les faibles valeurs de I, il existe une onde inverse ($v_g . v_\varphi < 0$), cette onde disparaît pour des valeurs de I d'environ 0,4 dans le cas où le milieu diélectrique entourant le plasma est le vide ; aussi faut-il savoir ce que représente ce paramètre : il est proportionnel au nombre de particules qui se trouvent dans une section de la colonne de plasma ; ce qui revient à dire qu'il est sensiblement proportionnel au courant de décharge. Nous pouvons donc écrire que

- pour un diamètre donné du plasma, la bande passante de l'onde inverse qui est de l'ordre de 10 % pour les faibles densités, diminue dès que la densité croît

- pour avoir une onde inverse, vers les hautes fréquences, puisque I dépend du rayon, il faut utiliser un plasma d'un diamètre aussi petit que possible. A titre d'exemple nous avons pour une colonne de plasma :

- de 20 mm de diamètre, une onde inverse pour des fréquences inférieures à 1600 Mcs

- de 4 mm de diamètre cette valeur limite passe à 8000 Mcs.

Ces chiffres ne sont valables que pour une colonne de plasma entourée par de l'air ; dans le cas où la constante diélectrique a une permittivité $\varepsilon_o \varepsilon_v$, les courbes se déplacent vers les basses fréquences et les limites que nous avons données ne sont plus valables. Plus ε_v est grand plus le domaine de propagation se trouve vers les faibles fréquences et plus l'onde inverse disparaît rapidement.

γ) vitesse de phase et vitesse de groupe

Nous allons maintenant regarder l'ordre de grandeur des vitesses

de phase et de groupe de ces ondes ; nous avons tracé pour cela deux séries de courbes (Fig. 3.2) qui nous permettent de dire que la vitesse de groupe est au maximum (pour le domaine de l'onde inverse) égale à 10^{-2} fois celle de la lumière ; plus la fréquence de propagation est grande plus cette vitesse est faible. Il semble donc possible d'envisager une interaction faisceau-plasma dans une telle structure mais à condition de faire cette interaction dans le domaine des basses fréquences.

3.1 c/- Impédance d'onde

De nombreux travaux[6] ont été faits pour définir la notion d'impédances dans les guides ; nous ne parlerons ici que de l'impédance d'onde

α) Définition de l'impédance d'onde

On peut définir a priori deux impédances d'ondes :

$$\eta_{ij} = \frac{E_i}{H_j} \qquad \eta_{ji} = \frac{E_j}{H_i} \tag{3.5}$$

où i et j se rapportent aux coordonnées transverses

β) Ondes E et H pures

Les impédances d'ondes sont dans un milieu donné indépendantes de la position ; on vérifie facilement que l'on a

$$\eta_{ij} = \eta_{ji} \tag{3.6}$$

et nous avons une impédance pour l'onde E et une pour l'onde H

$$\eta_E = \frac{\beta}{\omega \varepsilon_o \varepsilon_p} \qquad \text{et} \qquad \eta_H = \frac{\omega \mu_o}{\beta} \tag{3.7}$$

Pour un guide composite, nous voyons que le mode H a toujours la même impédance d'onde tandis que pour le mode E l'impédance dépend de la constante diélectrique du milieu ; nous avons deux expressions : l'une pour le plasma, l'autre pour le diélectrique.

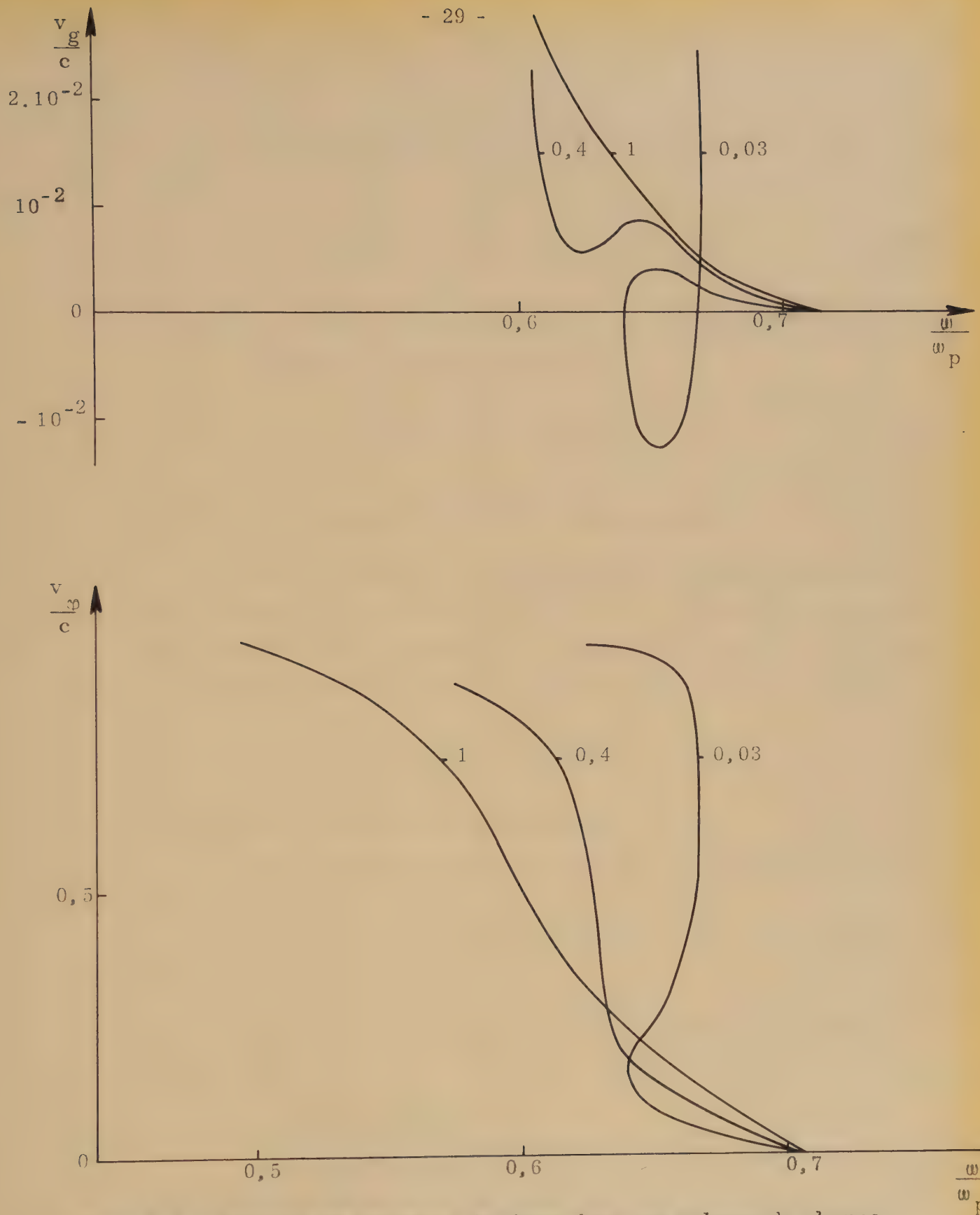


Fig. 3.2 - Vitesses de groupe et de phase dans une colonne de plasma entourée de vide (mode m = 1) - paramètre $\omega_p^2 a^2/c^2$

D'autre part, pour un milieu donné on définit une impédance d'onde réduite

$$Z_E = \frac{\eta_E}{\eta_c} \qquad \text{et} \qquad Z_H = \frac{\eta_H}{\eta_c} \tag{3.8}$$

où η_c est l'impédance d'une onde plane dans le même milieu supposé indéfini.

On vérifie facilement que l'on a :

$$Z_E = \frac{\lambda_{inf}}{\lambda} \qquad \text{et} \qquad Z_H = \frac{\lambda}{\lambda_{inf}} \tag{3.9}$$

où λ_{inf} est la longueur d'onde dans le milieu indéfini.

Sous la forme (3.9) la définition de l'impédance d'onde réduite est la même que dans un guide d'onde classique ; mais néanmoins, nous devons noter que la constante diélectrique du plasma est soit positive soit négative ; aussi la longueur d'onde λ_{inf} dans le plasma peut être imaginaire :

$$\lambda_{inf} = \lambda_o \, \varepsilon_p^{1/2} \tag{3.10}$$

où λ_o est la longueur d'onde dans le vide.

Par suite les impédances d'ondes réduites que nous avons définies sont :

- réelles lorsque le milieu considéré a une constante diélectrique positive (diélectrique classique)

- imaginaires lorsque le milieu a une constante diélectrique négative (plasma)

γ) <u>modes hybrides</u> ($m \neq 0$)

La notion d'impédance d'onde est encore plus complexe dans ce cas ; si on utilise la définition (3.5), nous obtenons deux impédances distinctes et dépendant des coordonnées transverses.

$$\eta_1 \ (\beta , \omega , \varepsilon , r) = \frac{E_r}{H_\varphi} \qquad (3.11)$$

$$\eta_2 \ (\beta , \omega , \varepsilon , r) = \frac{E_\varphi}{H_r} \qquad (3.12)$$

On peut toutefois décomposer tout mode hybride en une partie E (champ E_z et champs transversaux dérivés de E_z par les formules (2.5) et (2.6))et une partie H_z (champ E_z et champs transversaux dérivés de H_z). Pour chacune de ces composantes on a une impédance d'onde η_E et η_H et les impédances réduites associées Z_E et Z_H ; m s'éliminant dans ces expressions, celles-ci sont les mêmes que celles des modes m = 0 définies en (3.7) et (3.8). On en déduit compte tenu de (3.9) la relation valable pour les modes hybrides :

$$Z_E \cdot Z_H = 1 \qquad (3.13)$$

3.1 d/- Facteur hybride et vecteur de POYNTING

α) Facteur hybride

Comme son nom l'indique cette nouvelle notion ne s'applique que pour les modes hybrides : elle a été introduite par CLARRICOATS[5] en posant:

$$\Lambda = - j \frac{H_z}{E_z} \frac{\sqrt{\mu_o}}{\sqrt{\varepsilon_o}} \qquad (3.14)$$

Ce facteur permet de connaître si le mode est soit quasi-E, ($\Lambda \ll 1$), soit quasi-H ($\Lambda \gg 1$).;Le facteur Λ permet de préciser l'importance des composantes dues à E_z ou à H_z ; ainsi le mode dipolaire qui est quasi-H à la coupure devient quasi-E à la résonance.

A titre d'exemple, nous avons tracé deux séries de courbes donnant, d'une part le facteur hybride et d'autre part les impédances η_E et η_H pour quelques courbes de dispersion (ou pour être plus exact des courbes $\omega_p - \beta$

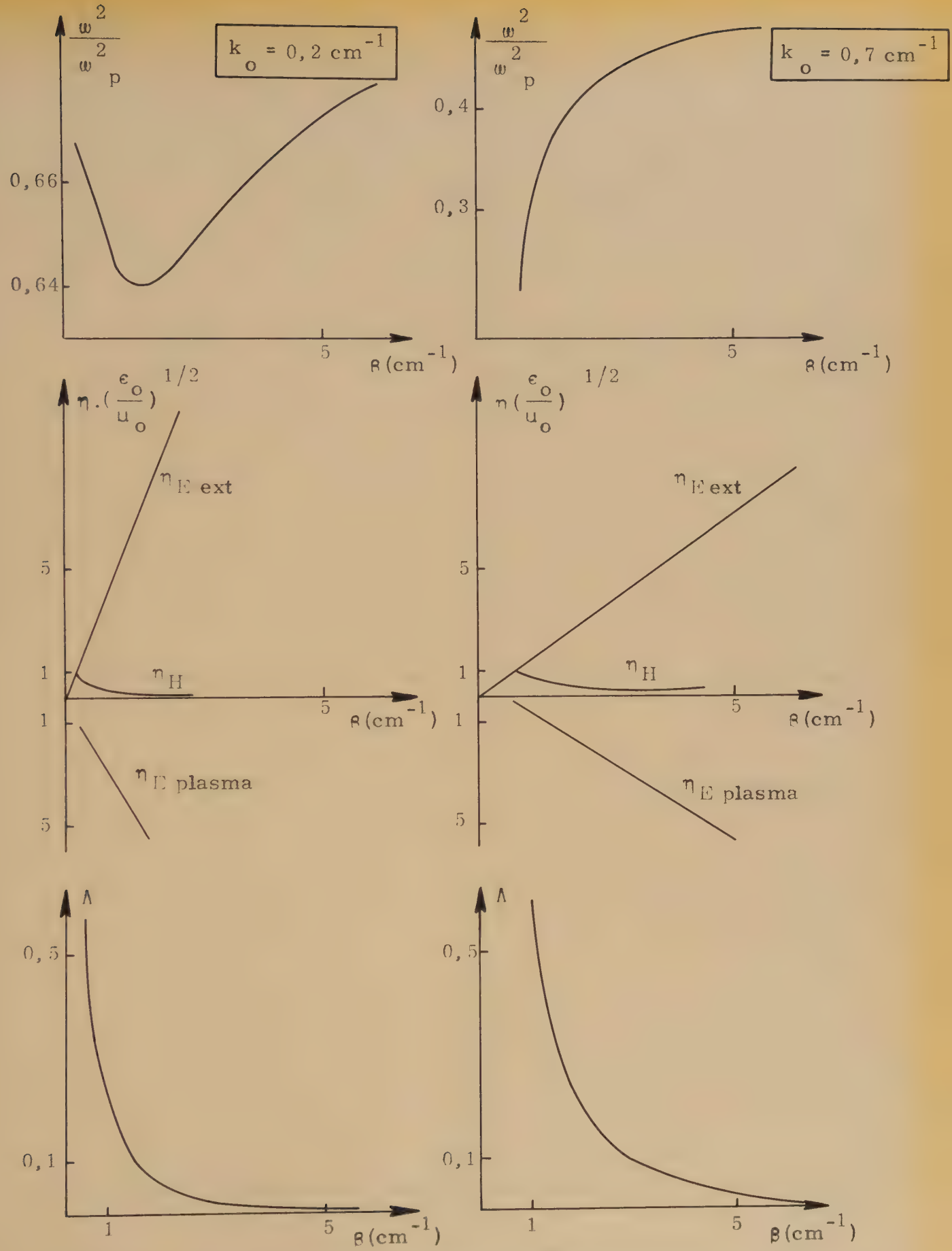


Fig. 3.3 - Facteur hybride et impédance d'onde pour le mode dipolaire : influence de la fréquence a = 1 cm $\epsilon_v = 1$

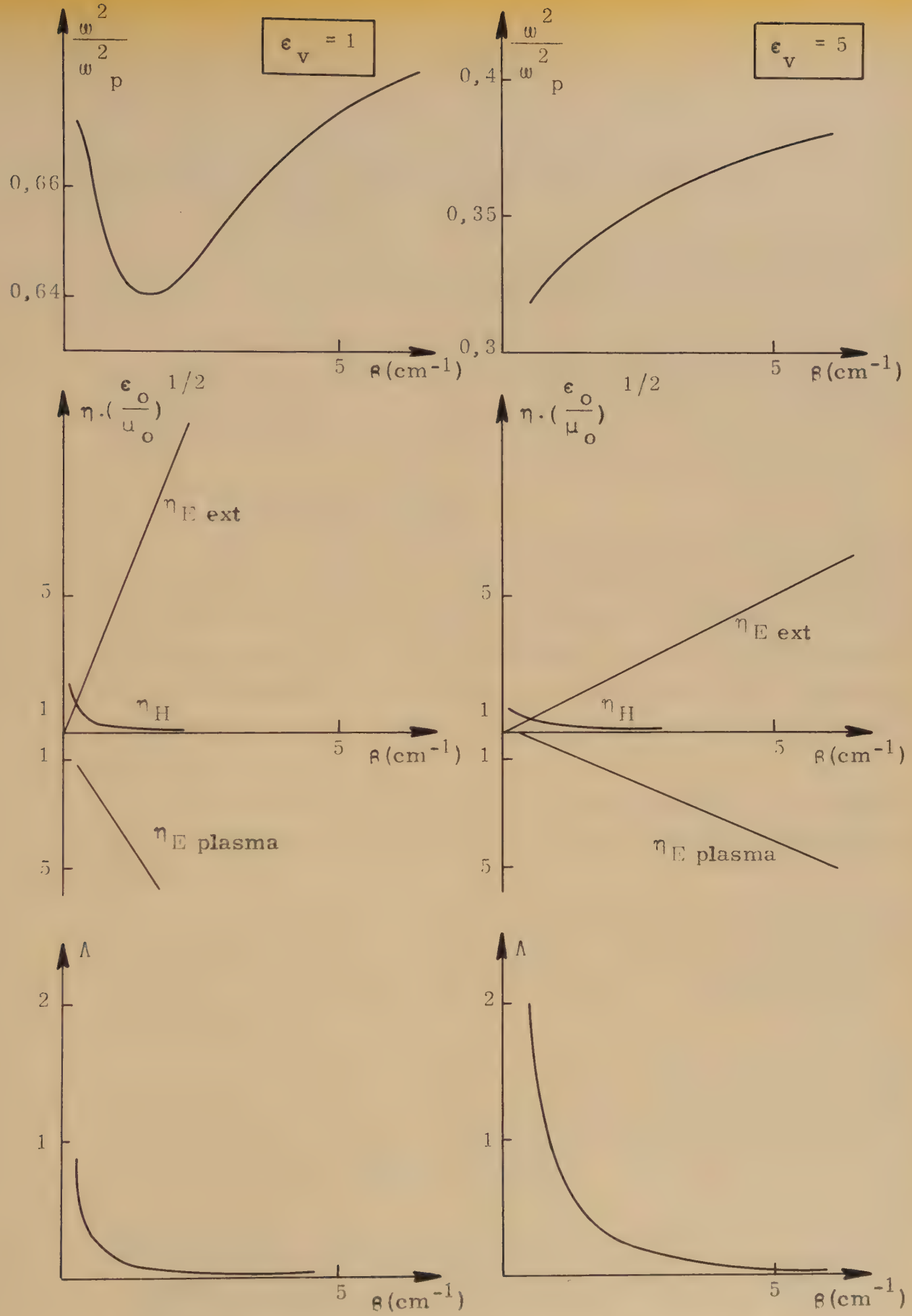


Fig. 3.4 - Facteur hybride et impédance d'onde pour le mode dipolaire : influence de la constante diélectrique a = 1 cm k_o = 0,2 cm

pour une valeur de la fréquence ω) (Fig. 3.3 et 3.4).

Nous remarquons :

- que l'impédance η_E est nettement supérieure à η_H dans le domaine où les mesures seront possibles ($0{,}3\ cm^{-1} < \beta < 3\ cm^{-1}$)

- que le facteur hybride est d'autant plus faible que la constante de propagation est grande ou que la fréquence est faible. Cela jusitifie les calculs qui sont faits avec l'approximation quasi-statique(*) dans le domaine des basses fréquences et pour obtenir les fréquences de résonance.

β) Vecteur de POYNTING

Pour les modes à symétrie axiale, le vecteur de POYNTING se calcule aussi rapidement que dans le cas des guides classiques. Par contre pour les modes hybrides son expression est assez complexe ; CLARRICOATS[14] en a donné l'expression (Fig. 3.5) et nous avons retracé pour une structure donnée, la courbe de dispersion, le facteur hybride et le rapport P_1/P_o de la puissance transmise dans le plasma, sur celle transmise à l'extérieur. On note que :

- la puissance transmise à l'intérieur du plasma est d'un signe opposé à celle transmise par le milieu extérieur (constante diélectrique négative)

- ce rapport est en valeur absolue supérieur à 1 lorsqu'il existe une onde inverse ; il est égal à -1 lorsque la vitesse de groupe est nulle ; en ce point l'onde ne transporte aucune énergie et la vitesse de groupe de l'onde est nulle.

Nous avons donné toutes ces définitions pour montrer que la propagation des ondes dans les guides à plasma, même lorsque leur structure est simple comme celle que nous venons d'étudier, est très complexe et qu'il reste un certain nombre de problèmes à résoudre.

(*) L'approximation quasi-statique souvent utilisée par de nombreux auteurs consiste à négliger les effets des champs magnétiques de l'onde ($\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = 0$); elle décrit correctement les modes quasi-E.

3.2 - Plasma entouré d'un tube de diélectrique

3.2 a/- Remarques générales

Revenons maintenant à la structure à 3 diélectriques ; malgré sa complexité elle présente un intérêt primordial : c'est avec un tel guide que nous ferons les expériences ; pour cette raison cette étude sera moins théorique mais nous nous efforcerons de savoir quelles sont les influences des différents paramètres.

Avant de faire une étude des modes à symétrie axiale et dipolaire il nous semble qu'une remarque s'impose. Le champ haute fréquence décroît d'autant plus rapidement à l'extérieur du plasma que la longueur d'onde est petite ; pour cette raison l'influence du diélectrique sera faible aux grandes longueurs d'onde ($\beta \to 0$) mais importante aux petites longueurs d'onde ($\beta \to \infty$). La figure 3.6 illustre assez bien cette remarque : plus l'épaisseur du diélectrique est grande plus la courbe de dispersion tend rapidement vers celle d'une colonne de plasma entourée d'un diélectrique infini. La fréquence de résonance de tous les modes dépendra donc uniquement du tube de diélectrique et sera donnée par :

$$\omega_{res} = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 + \varepsilon_v}}$$

Pour simplifier l'exposé nous ferons une discussion rapide des courbes de dispersion lorsqu'aucun guide métallique n'entoure la colonne de plasma ; puis nous discuterons l'influence des différents paramètres dans le cas général d'une structure entourée par un guide métallique.

3.2 b/- Colonne de plasma sans guide métallique

Pour une colonne de plasma uniquement entourée d'un tube de diélectrique, l'équation de dispersion est celle d'une colonne de plasma avec guide métallique (Tableau 2.2) en tenant compte des remarques du paragraphe 2.2 c. Nous donnerons ici quelques courbes de dispersion pour les modes $n = 0$ et $n = 1$ pour savoir dans quelles conditions nous avons une onde inverse.

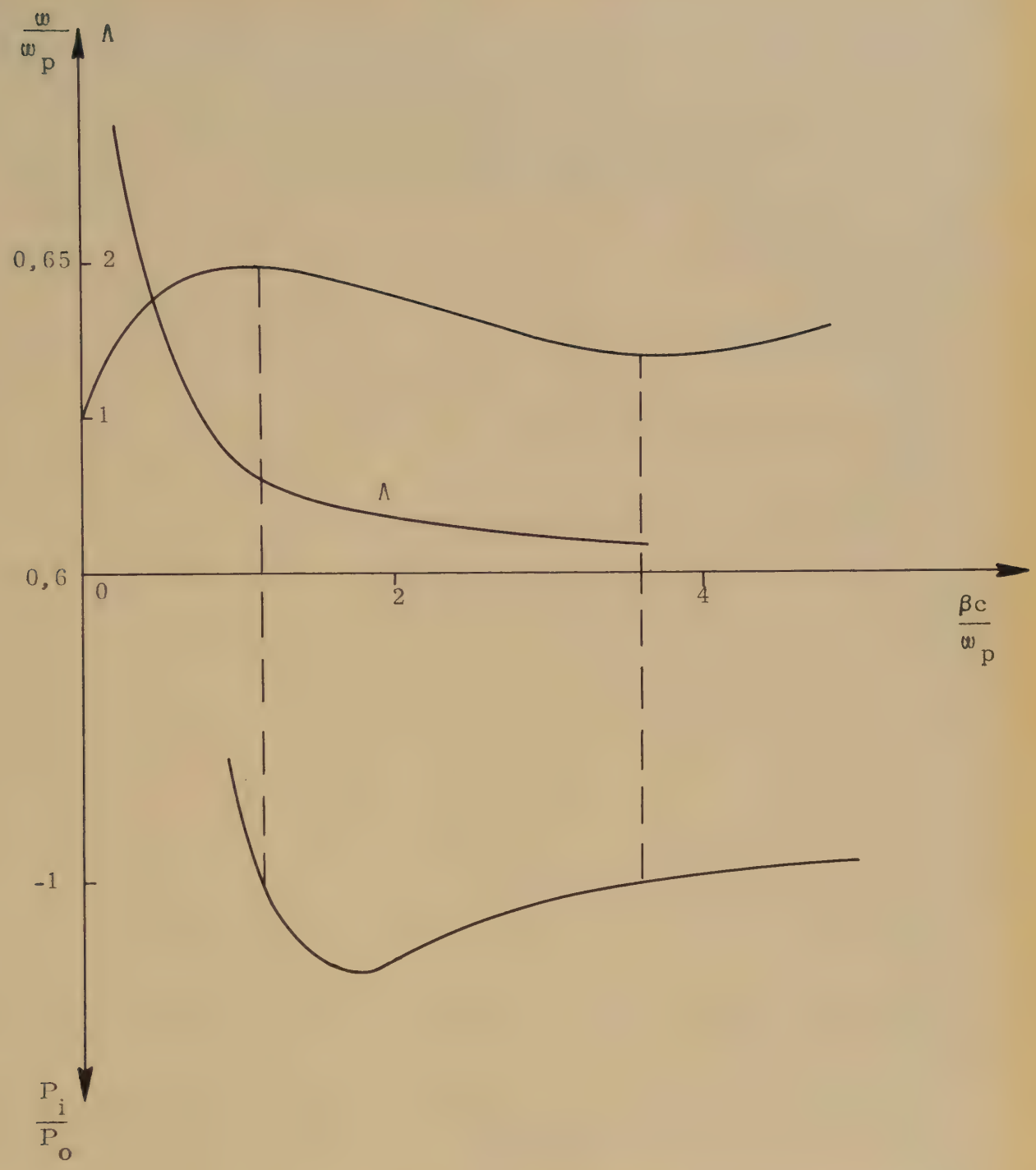


Fig. 3.5 - Facteur hybride et puissance transmise pour le mode m = 1

$\frac{a}{d} = 0,2 \quad \varepsilon_v = 1 \quad \frac{\omega_p}{c} a = 0,4$

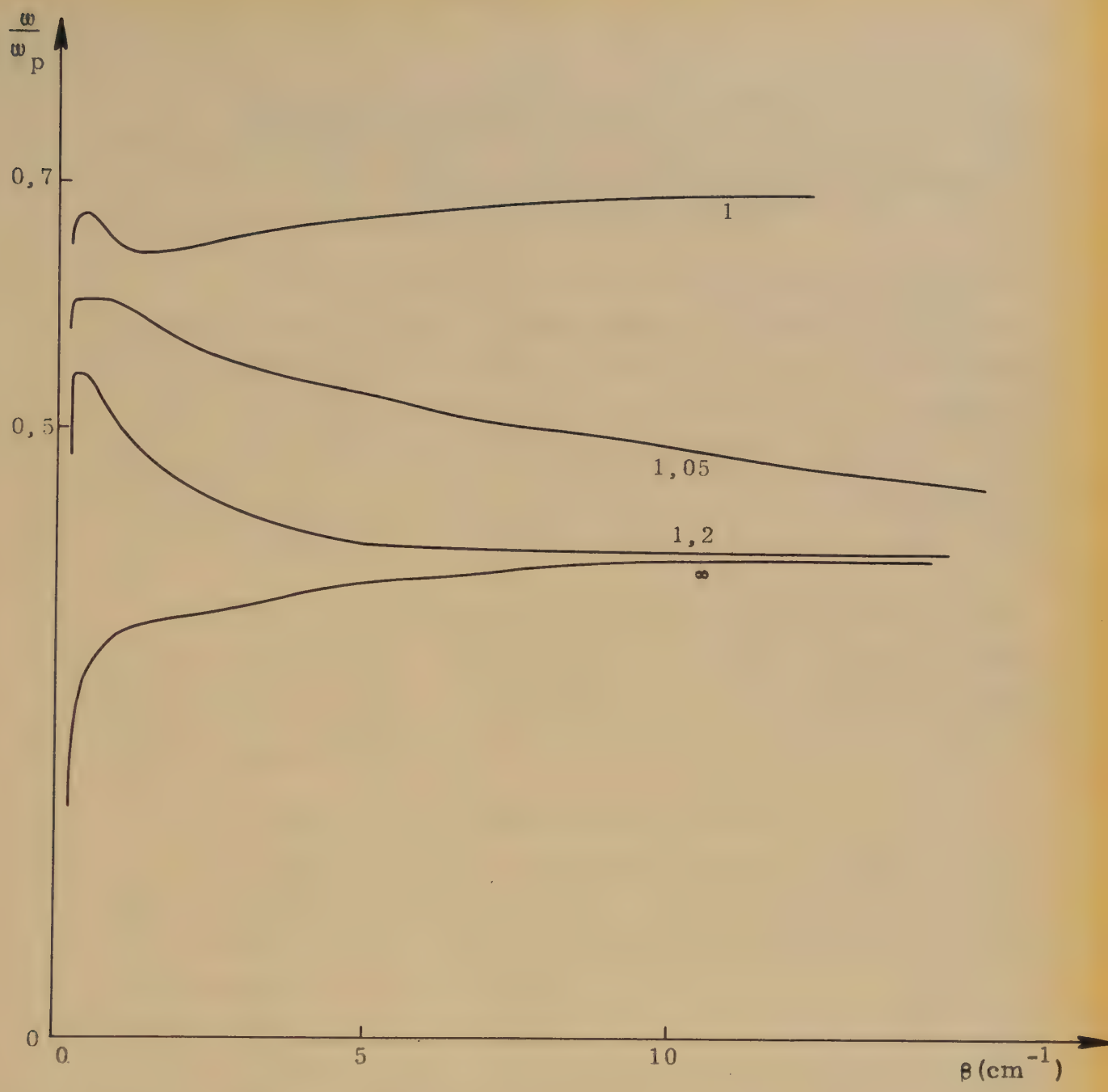


Fig. 3.6 - Influence de l'épaisseur du diélectrique pour le mode dipolaire
a = 1 cm ε_v = 5 paramètre : $\frac{b}{a}$

α) pour le mode à symétrie axiale il existe un domaine de fréquences où il y a une onde inverse : cette onde est due à la présence du verre mais elle disparaît lorsque la densité croît et d'autant plus rapidement que l'épaisseur du diélectrique est grande (Fig. 3.7)

β) pour le mode dipolaire, les courbes de dispersion présentent une région à pente négative et la bande passante ($\frac{\Delta f}{f}$ (max) $\simeq 0,3$) du mode inverse diminue lorsque la densité du plasma croît ; ainsi pour la structure que nous avons étudiée l'onde inverse disparaît dès que ω_p/c est supérieur à 2 cm^{-1} (Fig. 3.8). En réalité c'est plutôt le nombre d'électrons dans une section de la colonne qui sera le bon paramètre mais contrairement à ce qui se passe dans la structure précédente ce paramètre n'entre pas explicitement dans les équations.

Nous avons tracé également les courbes de vitesse de phase et de groupe pour une structure donnée (Fig. 3.9) : la vitesse de groupe est légèrement supérieure à celle que nous avions pour une structure sans diélectrique mais ce qui est intéressant surtout c'est que la bande passante de l'onde inverse est nettement supérieure.

En conclusion de ce paragraphe nous notons que :

- l'approximation quasi-statique qui est souvent utilisée dans l'étude de la propagation des ondes en milieu limité ne peut être utilisée que dans le domaine des basses fréquences (la courbe quasi-statique est celle que nous avons tracée pour $\omega_p/c = 0,5\ cm^{-1}$)

- la présence du diélectrique permet d'avoir une onde inverse dans un domaine de fréquences plus grand et également pour des valeurs de β plus intéressantes expérimentalement.

3.2 c/- Colonne de plasma avec guide métallique

Dans ce paragraphe nous n'étudierons que le mode dipolaire. Avant de tracer quelques courbes de dispersion, nous allons étudier les fréquences de résonance ($\beta \to \infty$) et de coupure ($\beta = 0$)

α) fréquence de résonance

Lorsque β tend vers l'infini nous avons les nombres d'ondes transverses Γ , R , T qui tendent vers l'infini, par suite nous pouvons simplifier l'équation de dispersion ; nous obtenons :

$$\varepsilon_p = \varepsilon_v \frac{I_1(\beta a)}{I_1'(\beta a)} - \frac{\varepsilon_v G_{m'n'}(\beta a, \beta b)\, G_{mn}(\beta d, \beta b) + G_{mn'}(\beta d, \beta a)\, G_{m'n}(\beta b, \beta a)}{\varepsilon_v G_{mn'}(\beta a, \beta b)\, G_{mn}(\beta d, \beta b) + G_{mn'}(\beta d, \beta a)\, G_{mn}(\beta b, \beta a)} \qquad (3.19)$$

C'est l'équation de dispersion que l'on obtient en utilisant l'hypothèse quasi-statique ($\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = 0$) ; elle permet de tracer la courbe au voisinage de la résonance : dans ce cas les champs H sont très faibles et nous avons une onde électrostatique. A la résonance ($\beta = \infty$) nous retrouvons le résultat classique

$$\boxed{\omega_{res} = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 + \varepsilon_v}}}$$

β) fréquence de coupure

L'étude de cette fréquence est beaucoup plus complexe car de nombreux paramètres interviennent : rayons du plasma, du diélectrique, du guide et densité du plasma. Pour $\beta = 0$ l'équation de dispersion se décompose en un produit de deux facteurs : l'un donne les fréquences de coupure des modes "EH_{ln}" et l'autre celles des modes "HE_{ln}" et du mode dipolaire. Nous pouvons écrire cette dernière équation de la manière suivante :

$$\frac{1}{\Gamma} \frac{I_n'(\Gamma a)}{I_n(\Gamma a)} = \frac{\frac{1}{Sq} \cdot \frac{H_{n'm'}(qb,qd)}{H_{mn'}(qb,qd)} \frac{H_{n'm}(Sa,Sb)}{H_{mn}(Sa,Sb)} - \frac{1}{S^2} \cdot \frac{H_{mn'}(Sa,Sb)}{H_{mn}(Sa,Sb)}}{\frac{1}{S} \frac{H_{mn'}(Sa,Sb)}{H_{mn}(Sa,Sb)} - \frac{1}{q} \frac{H_{n'm'}(qb,qd)}{H_{mn'}(qb,qd)}} \qquad (3.20)$$

Nous l'avons résolue pour un certain nombre de structures .

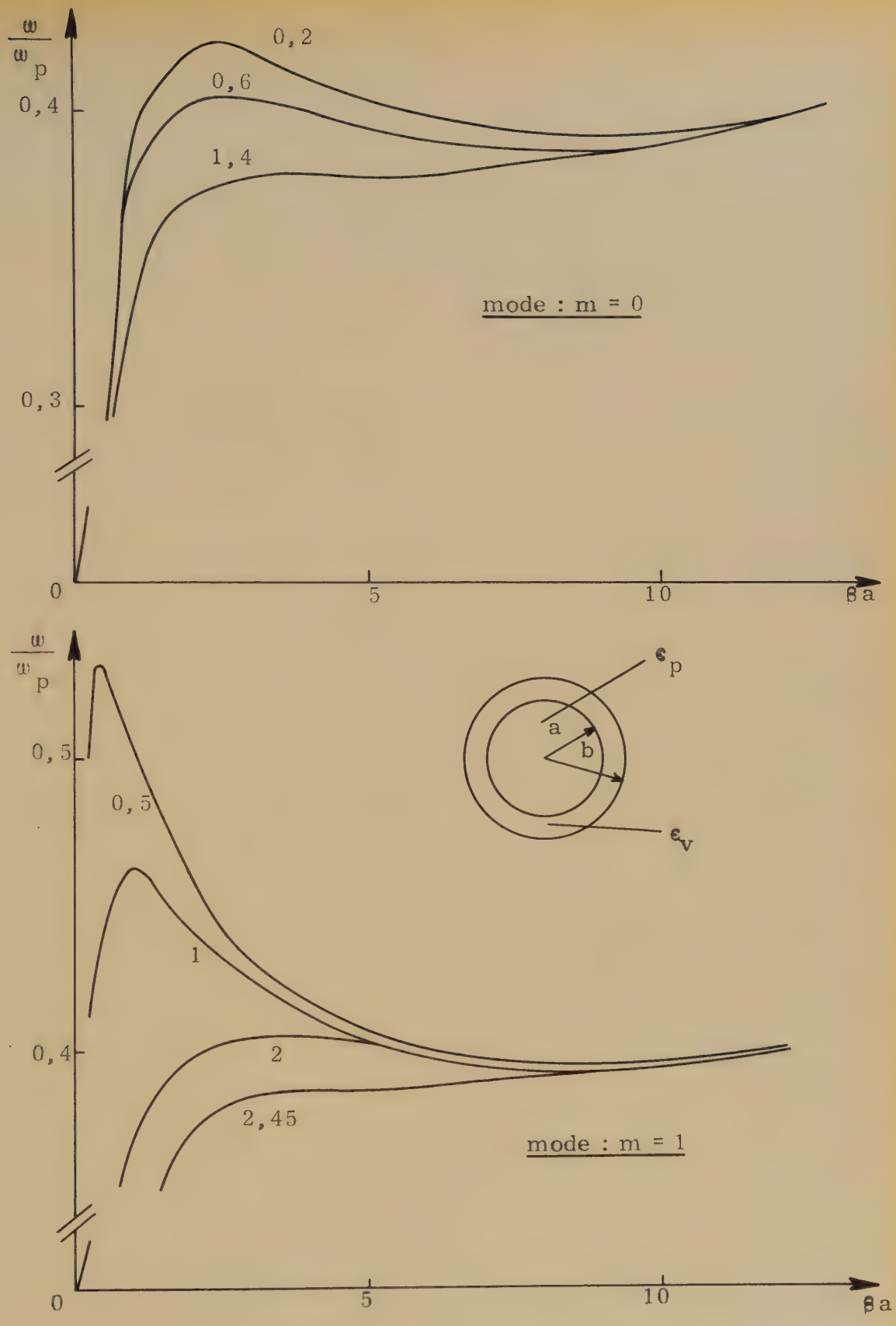
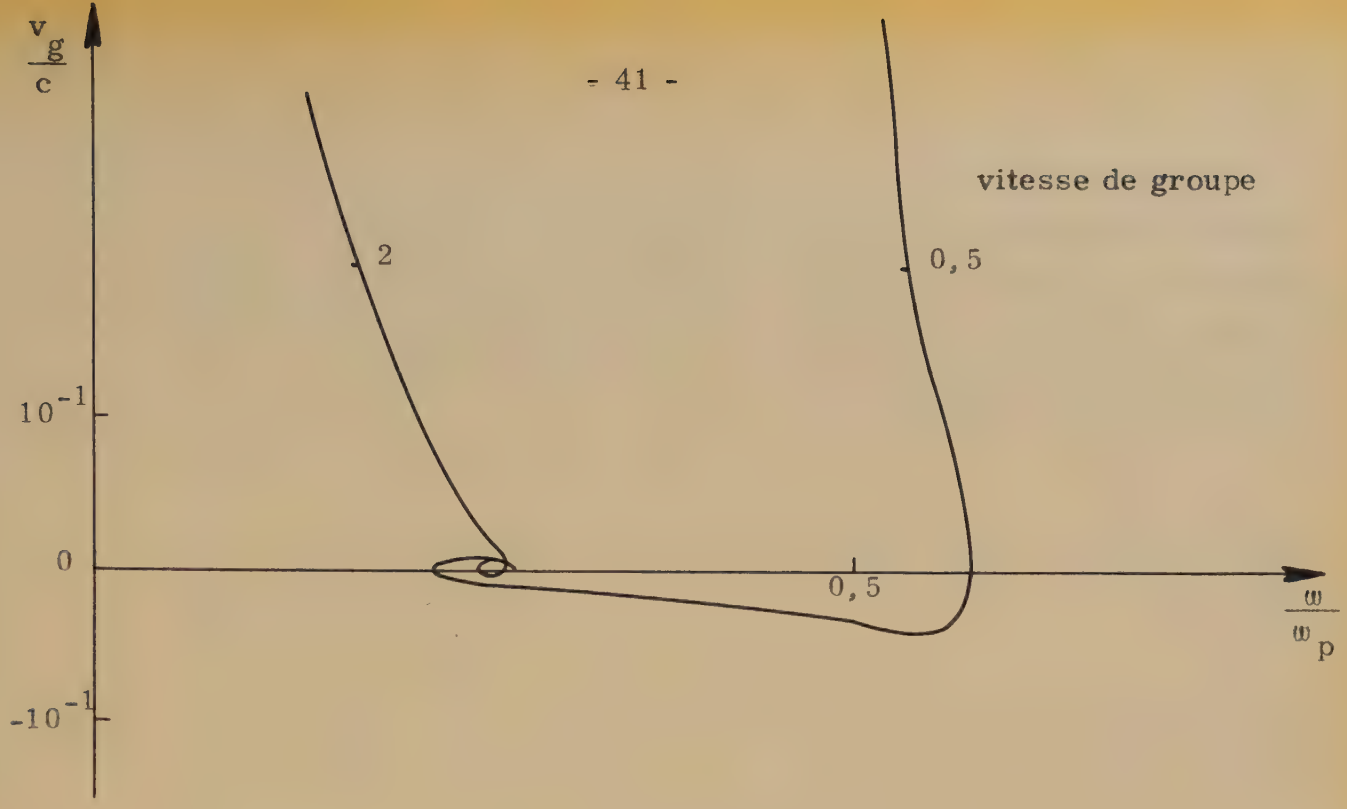


Fig. 3.7 et 3.8 - Courbes de dispersion des modes m = 0 et m = 1. Influence de la densité
a = 1 cm b = 1,2 cm $\varepsilon_v = 5$ paramètre = $\frac{\omega_p}{c}$ (cm^{-1})



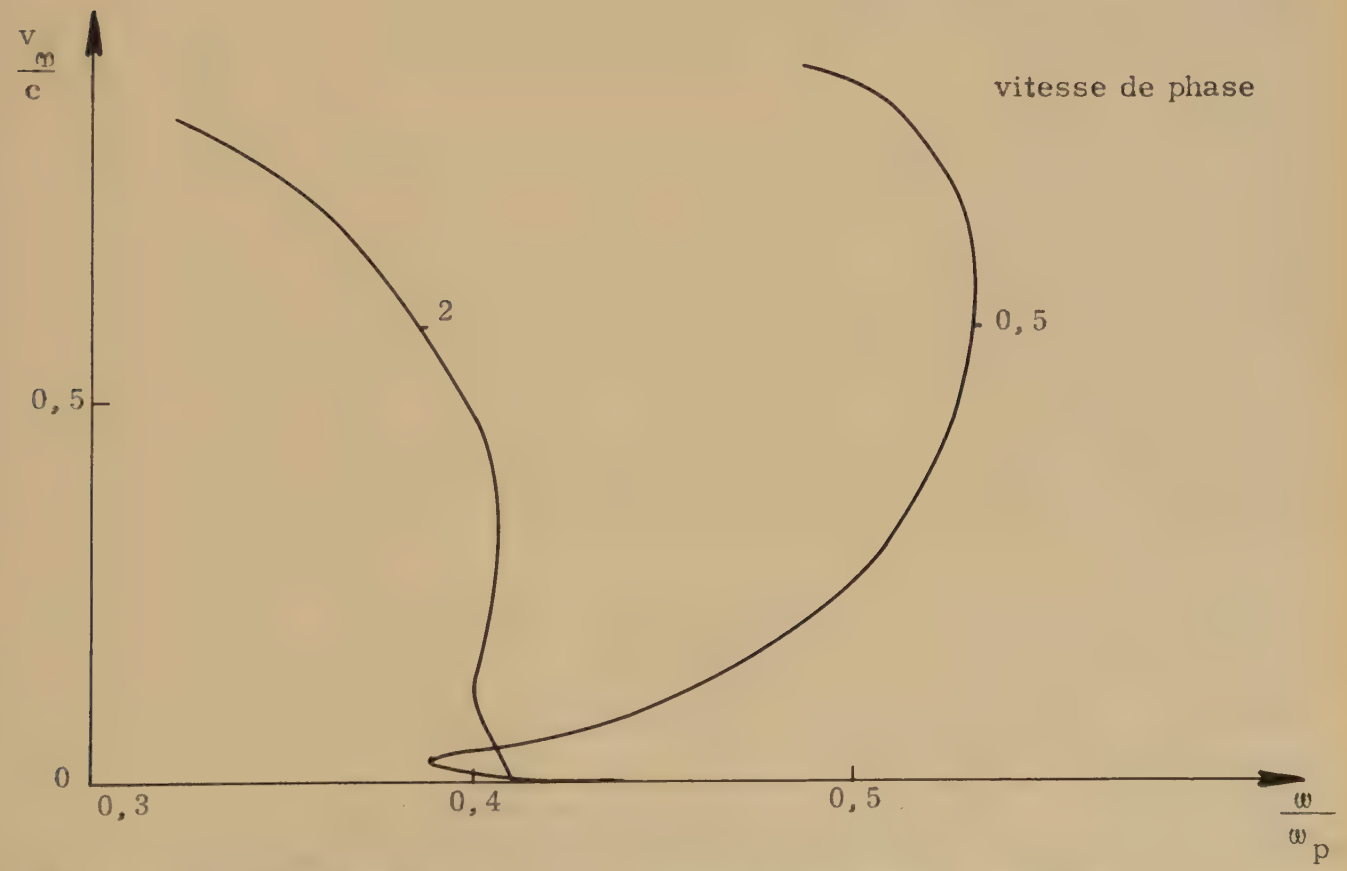


Fig. 3.9 - Vitesses de groupe et de phase du mode m = 1 a = 1 cm
b = 1,2 cm $\varepsilon_v = 5$
paramètre $\frac{\omega_p}{c}$ (cm^{-1})

La figure 3.10 nous donne les fréquences de coupure pour une colonne de plasma de dimensions données (a = 5 mm , b = 6 mm) en fonction du rayon du guide métallique qui entoure cette dernière : toutes les courbes passent par un maximun d'autant plus aigu que la densité du plasma est grande ; pour les grandes valeurs de -d- toutes ces courbes sont tangentes à une hyperbole et la fréquence de coupure tend vers zéro.

Si nous retraçons ces courbes en utilisant en ordonnées ω / ω_p nous remarquons que ce rapport est d'autant plus petit que la densité du plasma est grande (Fig. 3.11).

Deux séries de courbes nous permettent de voir d'une part l'influence de l'épaisseur du diélectrique et d'autre part celle du dianètre du plasma. La fréquence de coupure est d'autant plus grande que le diamètre du plasma est faible et que l'épaisseur du diélectrique est petite (Fig. 3.12).

Nous donnons également deux courbes pour des structures identiques mais avec des diélectriques différents ; le décalage de fréquence est assez faible (Fig. 3.13).

De toutes ces courbes nous pouvons faire les constatations suivantes :

- lorsque l'ordonnée du sommet de la courbe donnant, pour un plasma donné, la fréquence de coupure en fonction du rayon du guide métallique, est supérieure à la fréquence de résonance, nous avons une onde inverse pour toutes les structures dont le rayon du guide métallique est supérieur à l'abscisse de ce sommet. Pour les valeurs plus faibles de d, une onde inverse n'existe que lorsque la fréquence de coupure est supérieure à la fréquence de résonance ; pour les rayons du guide encore plus faibles, il n'existe pour ainsi dire pas d'onde inverse

- lorsque cette courbe est entièrement en-dessous de la fréquence de résonance, aucune onde inverse n'existe. Ce cas se présente, par exemple, lorsque le diamètre du plasma croît, ou lorsque sa densité est trop élevée.

Pour conclure ce paragraphe, nous avons tracé pour une structure donnée mais avec des diélectriques différents (Fig. 3.14), les courbes des fré-

quences de résonance et de coupure en fonction de ε_v ; la variation de cette dernière est très lente et à première vue, il semblerait donc, pour obtenir une onde inverse, intéressant d'utiliser un diélectrique de grande permittivité ; en fait le problème est plus complexe car les fréquences de propagation diminuent également (Fig. 3.15). Le choix de la structure dépendra de la bande passante que l'on désire et également, même sans doute spécialement, des possibilités technologiques.

L'étude de ces deux fréquences limites nous semble essentielle car elle permet de prévoir la courbe de dispersion et même de juger de l'influence des différents paramètres. Ces résultats approximatifs vont être confirmés par l'étude détaillée des courbes de dispersion.

γ) courbe de dispersion - existence des modes inverses

Pour mieux comprendre l'influence des différents paramètres nous avons dû tracer un certain nombre de réseaux de courbes. Il n'est pas possible en effet d'utiliser des coordonnées sans dimensions telles que le rapport des rayons ou celui de la fréquence d'excitation sur la fréquence plasma. C'est une des différences essentielles de ce calcul par rapport à celui fait en utilisant l'approximation quasi-statique où nous obtenons une courbe unique (ω/ω_p en fonction de β) quelque soit ω_p .

Nous passerons donc en revue l'influence des différents paramètres et, pour conclure, nous essaierons de donner des lois de similitude.

- influence de la densité (Fig. 3.16)

Nous avons le même phénomène que pour une colonne de plasma sans guide métallique : l'onde inverse disparaît lorsque la densité croît ; nous devons noter également que l'onde inverse n'existe que lorsque la vitesse de phase est inférieure à celle de la lumière.

- influence du diélectrique qui entoure le plasma

Le diélectrique intervient d'une part avec la valeur de sa constante diélectrique (Fig. 3.17), d'autre part avec son épaisseur (Fig. 3.18).

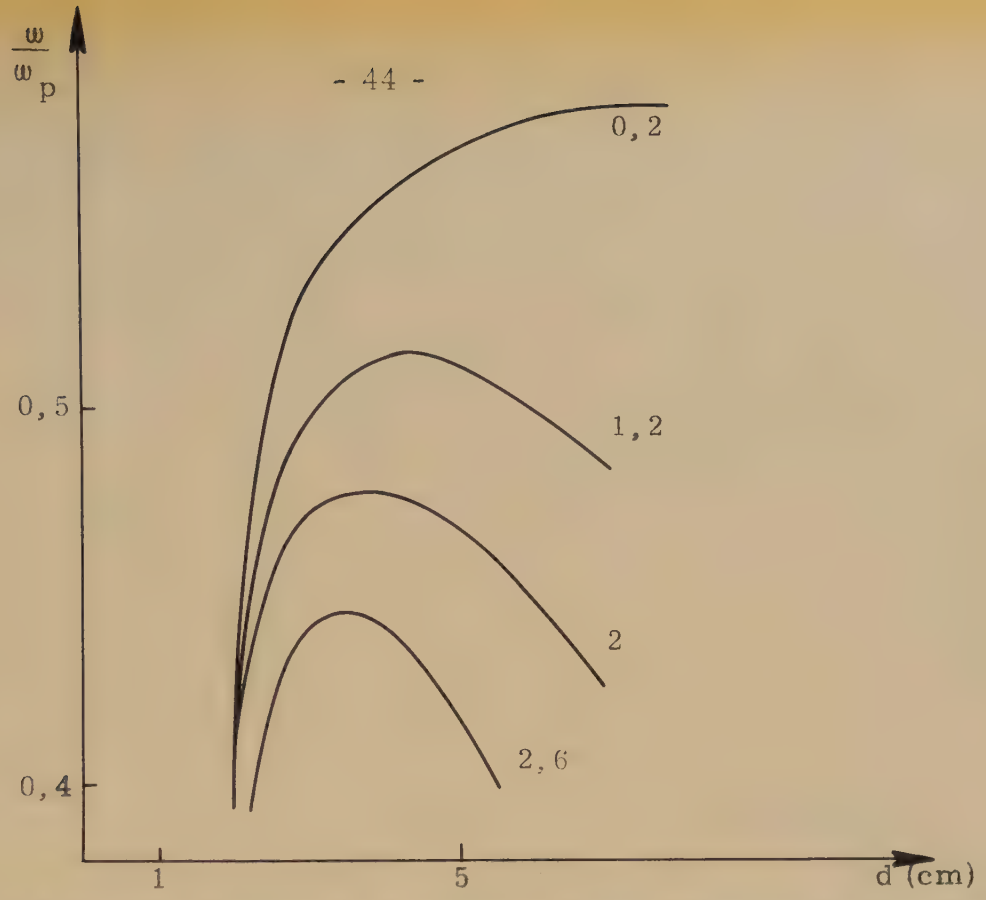


Fig. 3.11 - Fréquences de coupure du mode dipolaire en fonction du rayon du guide
a = 0,5 cm b = 0,6 cm ε_v = 2 paramètre $\frac{\omega_p^2}{c^2}$ (cm^{-2})

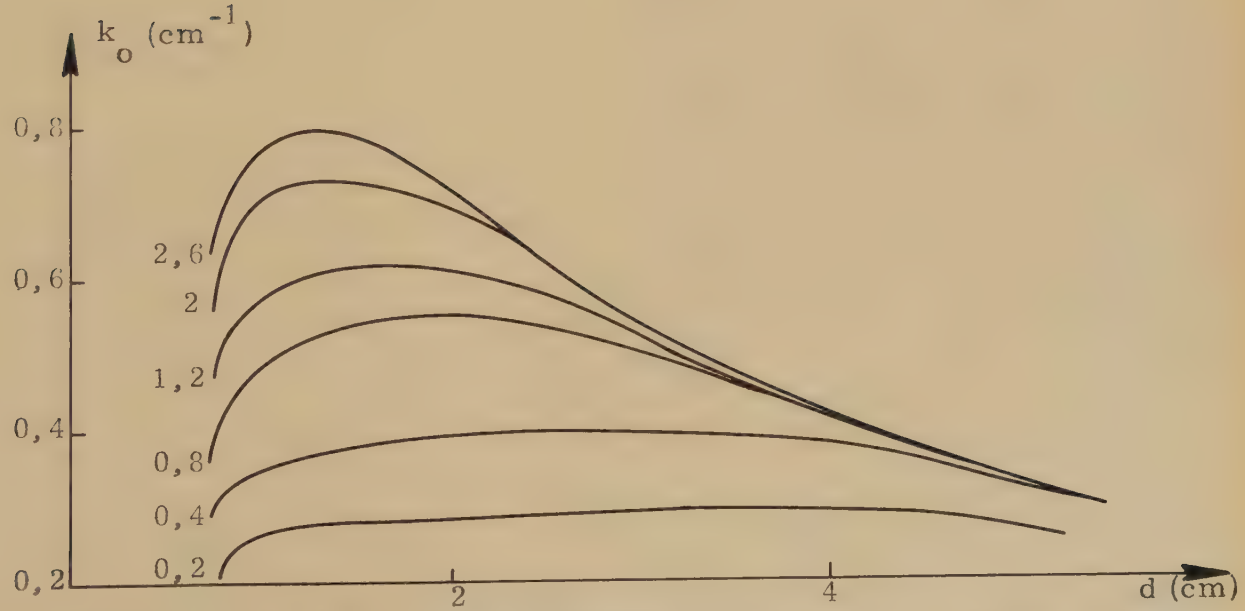


Fig. 3.10 - Fréquence de coupure du mode dipolaire: influence de la densité
a = 0,5 cm b = 0,6 cm ε_v = 2 paramètre $\frac{\omega_p^2}{c^2}$ (cm^{-2})

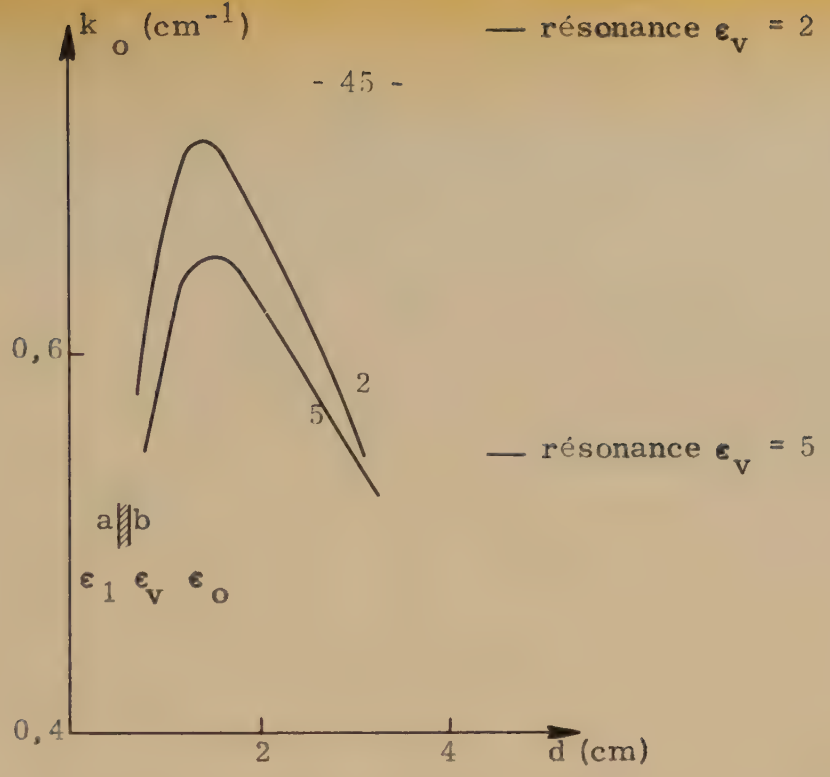


Fig. 3.13 - Fréquences de coupure, influence de la constante diélectrique ε_v

$$\frac{\omega_p^2}{c^2} = 1{,}8 \text{ cm}^{-2}$$

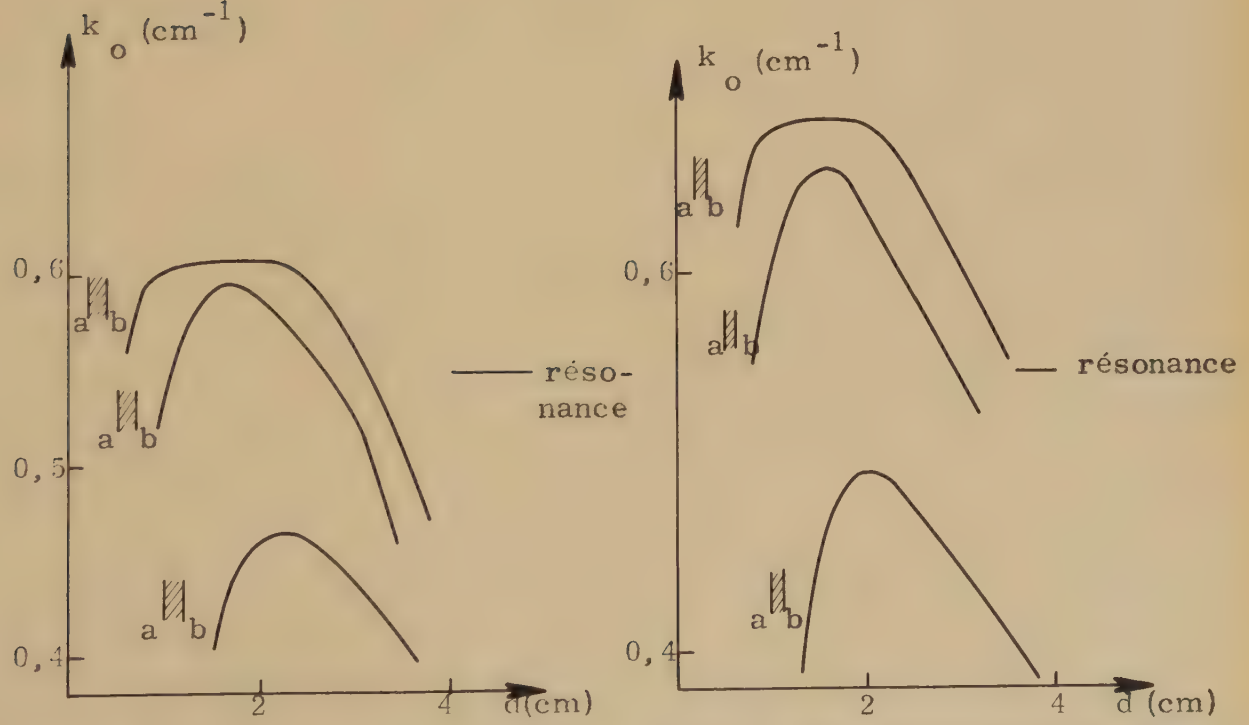


Fig. 3.12 - Fréquence de coupure, influence du diamètre et de l'épaisseur du diélectrique sur la fréquence de coupure

$$\omega_p^2 / c^2 = 1{,}8 \text{ cm}^{-2} \qquad \varepsilon_v = 5$$

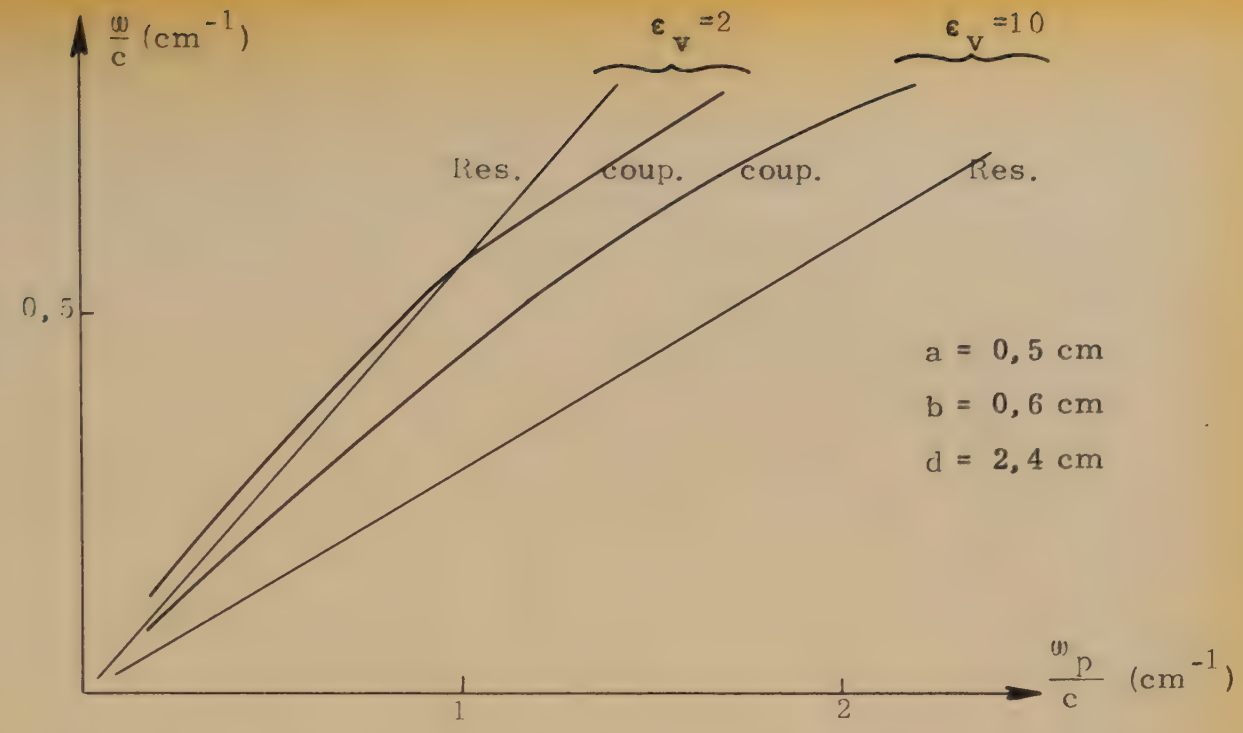


Fig. 3.15 - Courbes des fréquences de résonance et de coupure en fonction de $(\frac{\omega_p}{c})$ pour deux valeurs de ε_v

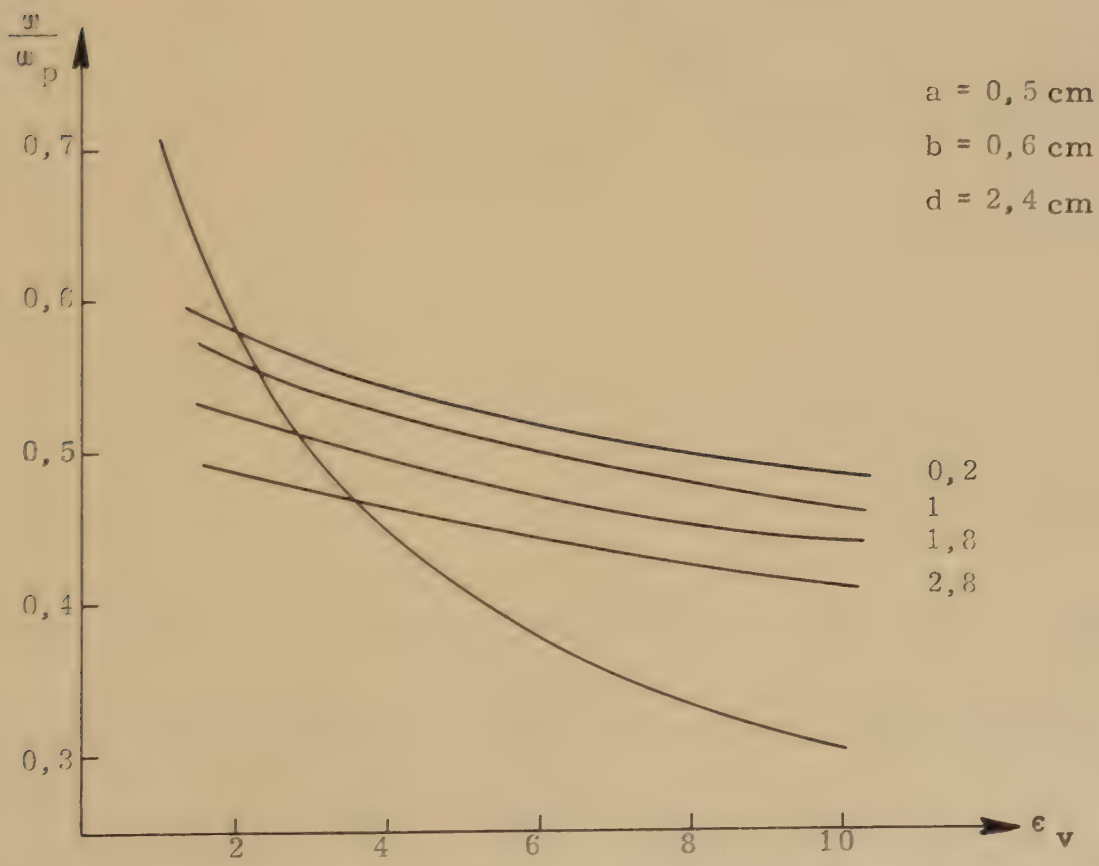


Fig. 3.14 - Courbes des fréquences de résonance et de coupure en fonction de ε_v paramètre $(\frac{\omega_p}{c})^2$ (cm^{-2})

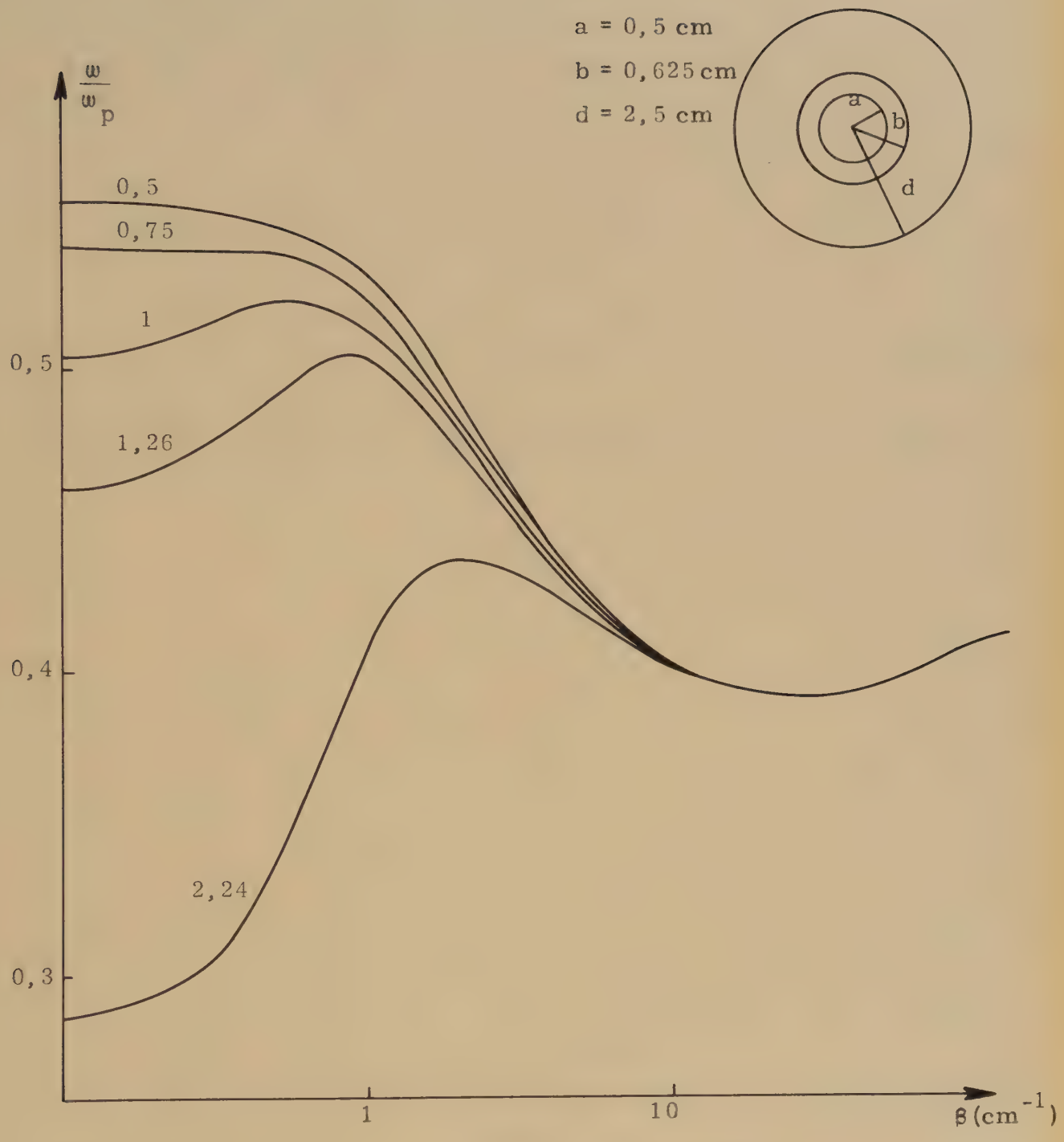


Fig. 3.16 - Courbes de dispersion, influence de la fréquence plasma :

paramètre $\frac{\omega_p}{c}$ (cm^{-1})

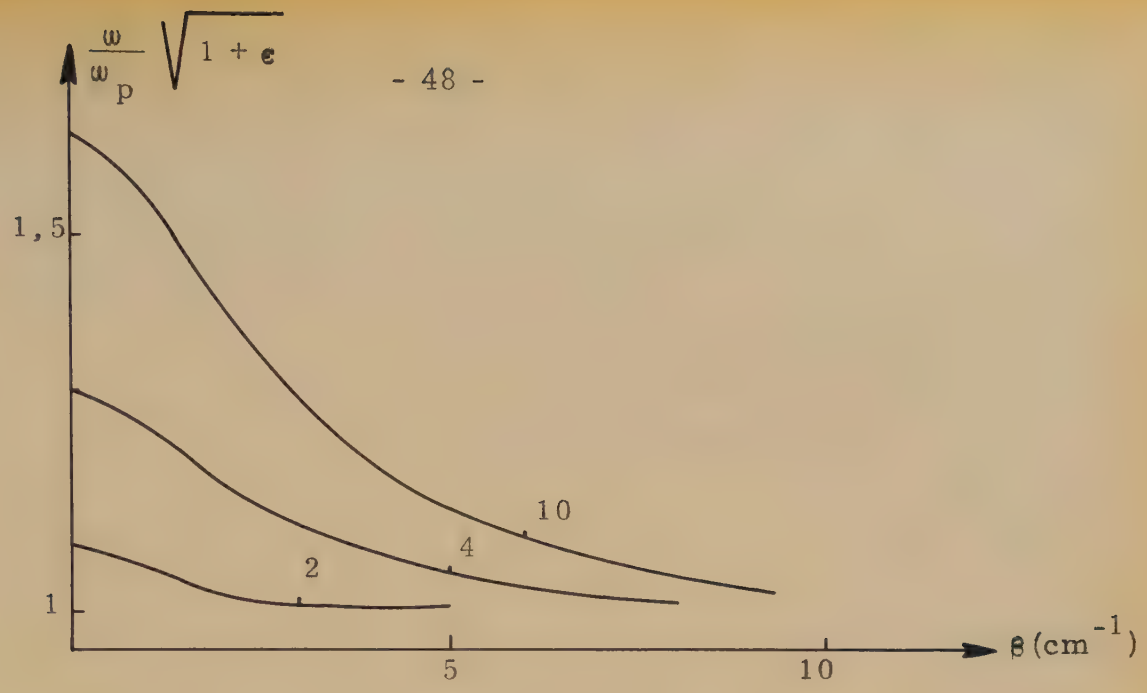


Fig. 3.17 a - Influence de ϵ_v sur les courbes de dispersion (courbes à fréquence constante) paramètre ϵ_v

a = 0,5 cm b = 0,6 cm c = 1,8 cm $k_o = 0,3\ cm^{-1}$

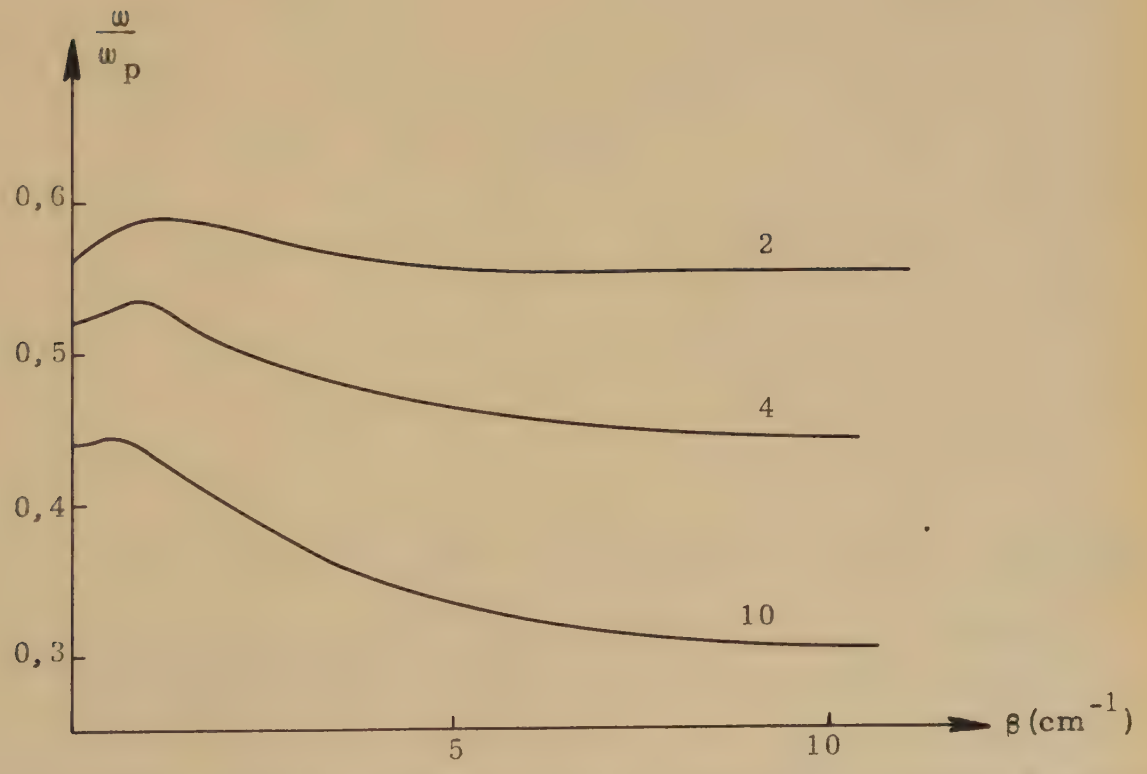


Fig. 3.17 b Influence de ϵ_v sur les courbes de dispersion (courbes à fréquences constantes)

a = 0,5 cm b = 0,6 cm c = 1,8 cm $k_o = 0,6\ cm^{-1}$

paramètre ϵ_v

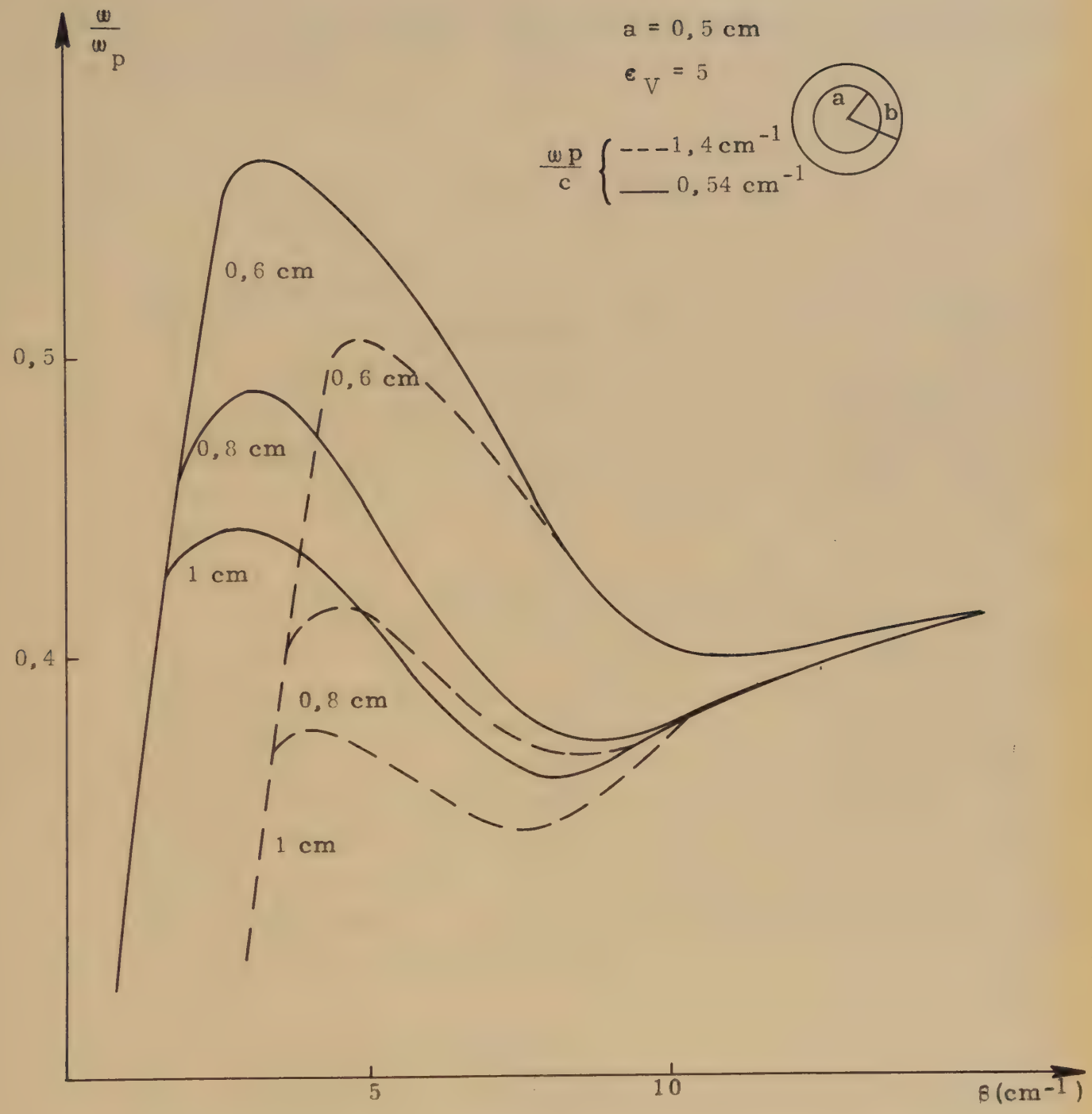


Fig. 3.18 - Courbes de dispersion, influence de l'épaisseur du diélectrique
paramètre : b (cm)

- plus la constante diélectrique est grande, plus la fréquence de résonance est faible

$$\omega_{res} = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 + \varepsilon_v}}$$

mais la bande passante de l'onde inverse croît avec ε_v ; cette remarque a déjà été faite quand nous avons étudié les fréquences de coupure et de résonance

- plus l'épaisseur du diélectrique est petite plus la bande passante de l'onde inverse est grande ; cela vient simplement du fait que plus l'épaisseur du diélectrique est grande, plus la puissance haute fréquence se trouve concentrée dans le verre même pour des valeurs assez grandes de la longueur d'onde.

- <u>influence du rayon du guide métallique</u> (Fig. 3.19)

Lorsque le rayon est grand devant celui du diélectrique la courbe est semblable à celle de la colonne de plasma sans guide, sauf pour le domaine des ondes rapides ($v_\varphi > c$) ; pour les faibles valeurs de β dans le cas de la colonne sans guide, la vitesse de phase est très légèrement inférieure à celle de la lumière tandis qu'avec guide elle lui est légèrement supérieure et c'est seulement aux très basses fréquences qu'elle devient infinie (la fréquence de coupure est d'autant plus près de zéro que le diamètre du guide est grand). Si le rayon du guide décroît, la courbe se déforme progressivement et l'onde inverse disparaît pour les faibles valeurs de d .

δ) <u>lois de similitude</u>

Aucune loi exacte n'est possible dans une structure à trois diélectriques; néanmoins, nous pouvons énoncer la loi suivante :

- pour une colonne de plasma entouré de diélectrique la courbe $(\omega_p/\omega_1 - \beta a_1)$ pour une structure donnée (a_1 , b_1) et pour une valeur de la

fréquence ω_1 est sensiblement valable pour une structure homothétique (a_2, b_2) telle que

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{b_2}{b_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \qquad (3.21)$$

- pour un guide contenant un plasma cette loi peut être appliquée si le rayon du guide est grand devant celui du plasma.

3.2 d/- Impédance et Facteur hybride

Avant de conclure ce paragraphe, nous parlerons rapidement du facteur hybride et de l'impédance d'onde dans le cas d'une structure à trois diélectriques (plasma, diélectrique, vide)

α) impédance

Ce que nous avons dit au début de ce chapitre est également valable dans ce cas. Sur les figures 3.20 et 3.21 où nous avons tracé les courbes de η_E et de η_H pour quelques structures, nous constatons que

- dans le domaine des ondes lentes ($v_\varphi < c$) nous avons toujours l'impédance η_E plus grande que η_H

- que η_E est d'autant plus grand en valeur absolue que l'épaisseur du diélectrique est faible : ce résultat est à relier à l'étude de l'impédance d'une structure à deux diélectriques en fonction de la constante diélectrique (Fig.3.4).

A noter que nous n'avons tracé ici que η_E dans le plasma et à l'extérieur (dans le vide) ; dans le diélectrique η_E a une valeur ε_v fois plus faible que celle du vide.

β) facteur hybride (Fig. 3.22)

Contrairement à la structure précédente le facteur hybride dépend des coordonnées transverses : plus exactement nous devons dire que Λ :

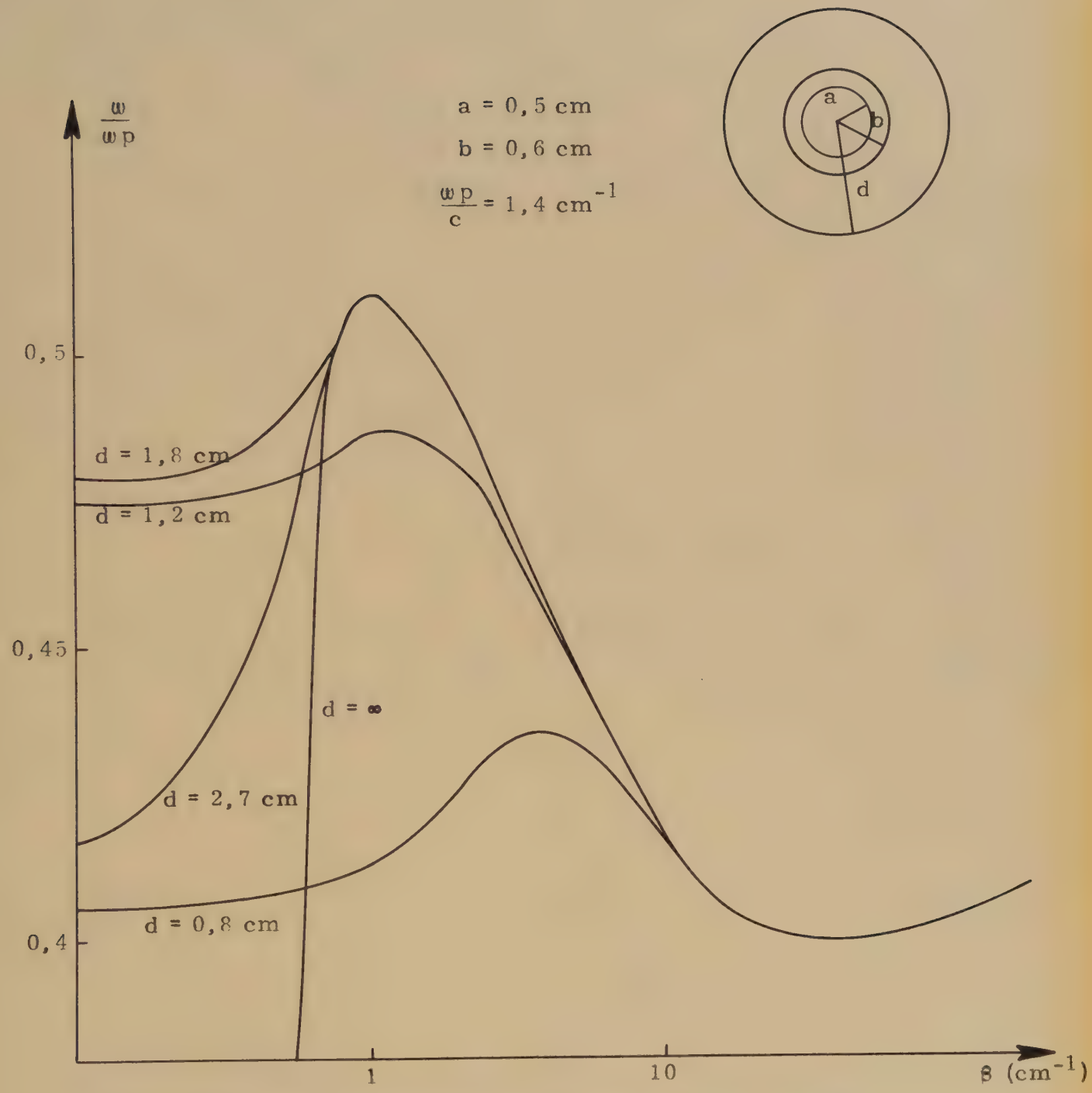


Fig. 3.19 - Courbes de dispersion, influence du rayon du guide : paramètre : d (cm)

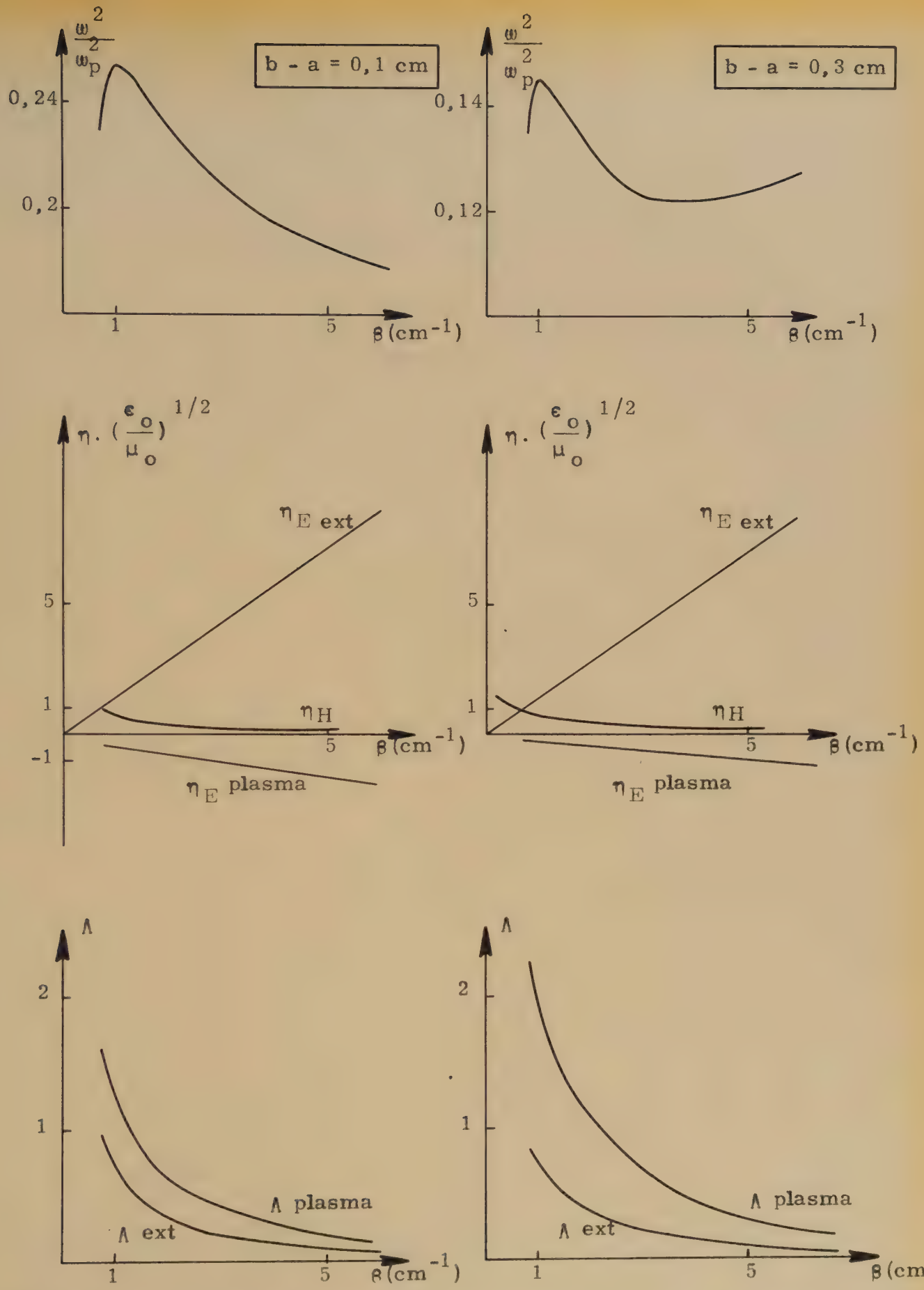


Fig. 3.20 - Influence de l'épaisseur du diélectrique sur la valeur du facteur hybride et des impédances
a = 0,5 cm b = 0,6 et 0,8 cm $k_o = 0,7\ cm^{-1}$

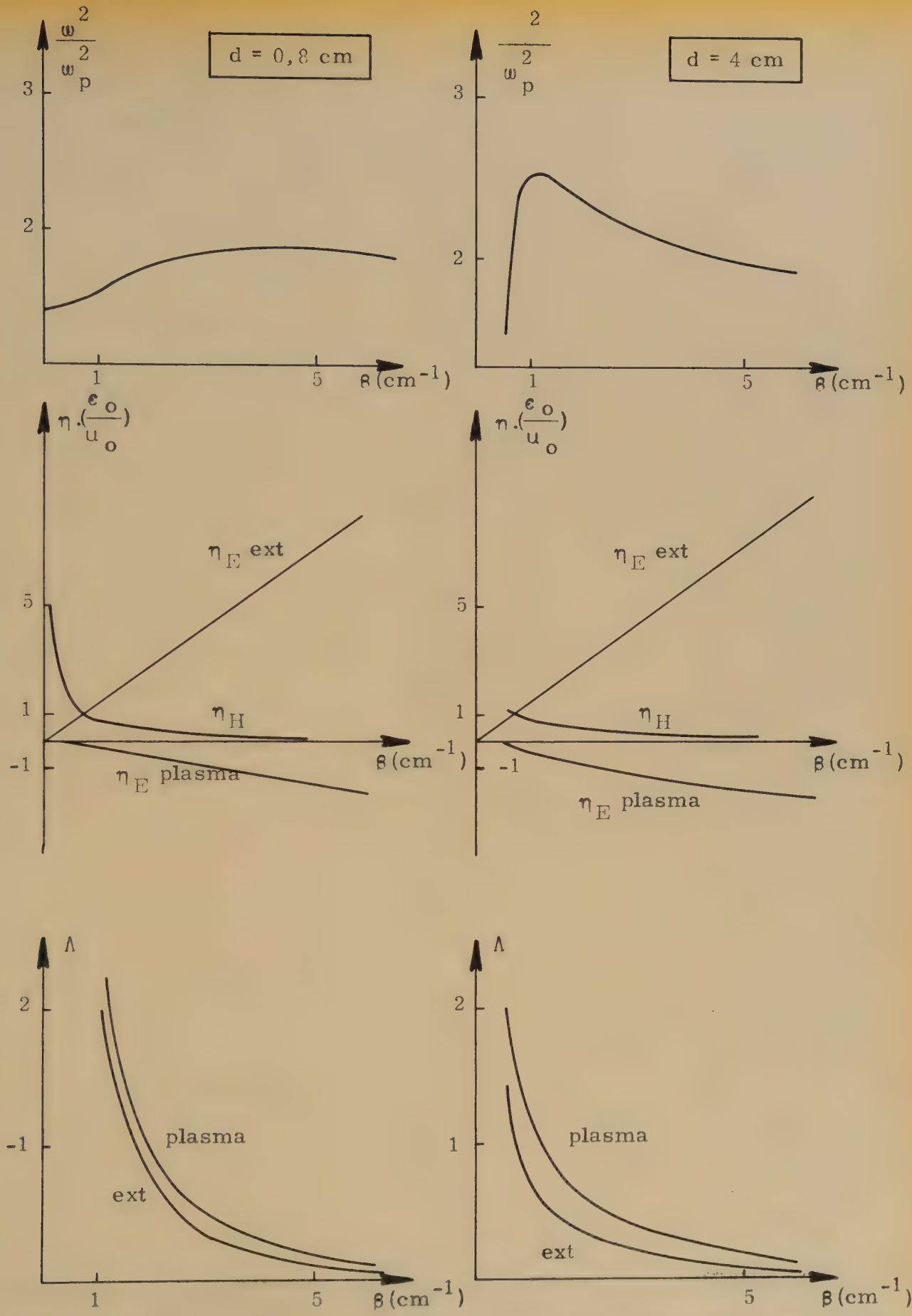


Fig. 3.21 - Influence du diamètre du guide métallique sur le facteur hybride et sur l'impédance.
a = 0,5 cm b = 0,6 cm d = 0,8 et 4 cm k_o = 0,7 cm^{-1}

$a = 0,5$ cm $\quad b = 0,6$ cm

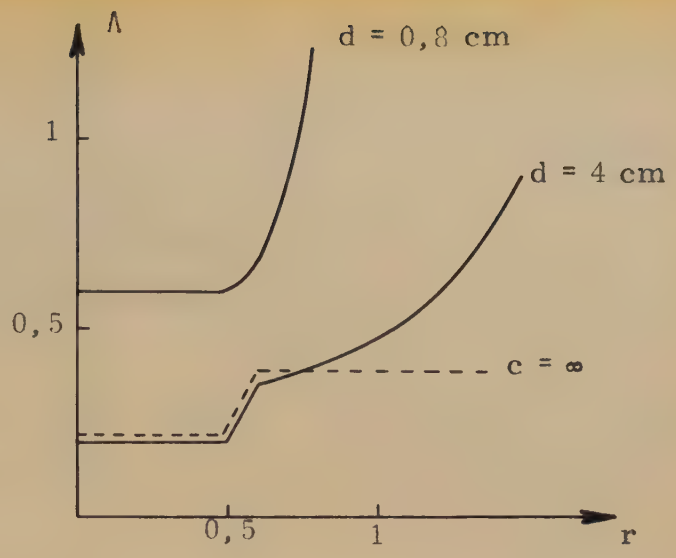
$\varepsilon_v = 5$

$k_o = 0,2\ \text{cm}^{-1} \quad \beta = 1\ \text{cm}^{-1}$

$\frac{\omega_p}{c}\ (d = 0,8) = 0,45\ \text{cm}^{-1}$

$\frac{\omega_p}{c}\ (d = 4) = 0,36\ \text{cm}^{-1}$

$\frac{\omega_p}{c}\ (d = \infty) = 0,36\ \text{cm}^{-1}$

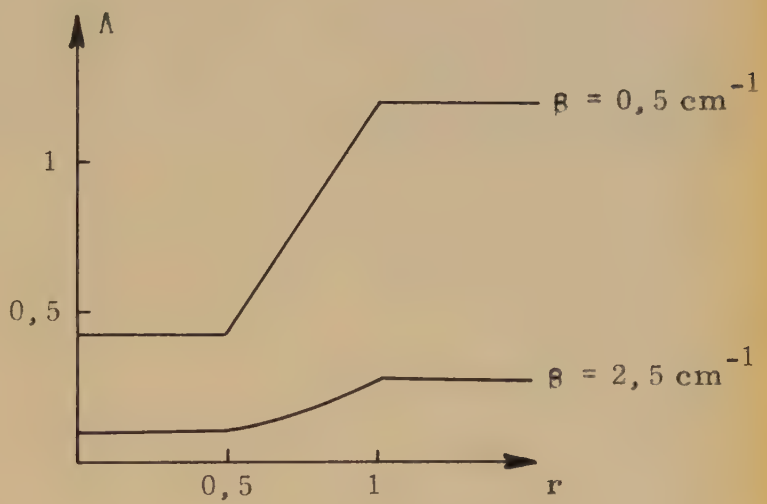


$a = 0,5$ cm $\quad b = 1$ cm

$k_o = 0,2\ \text{cm}^{-1} \quad \varepsilon_v = 5$

$\frac{\omega_p}{c}\ (\beta = 0,5) = 0,46\ \text{cm}^{-1}$

$\frac{\omega_p}{c}\ (\beta = 2,5) = 0,55\ \text{cm}^{-1}$



$a = 0,5$ cm $\quad b = 0,6$ cm

$k_o = 0,2\ \text{cm}^{-1} \quad \varepsilon_v = 5.$

$\frac{\omega_p}{c}\ (\beta = 0,5) = 0,35\ \text{cm}^{-1}$

$\frac{\omega_p}{c}\ (\beta = 2,5) = 0,40\ \text{cm}^{-1}$

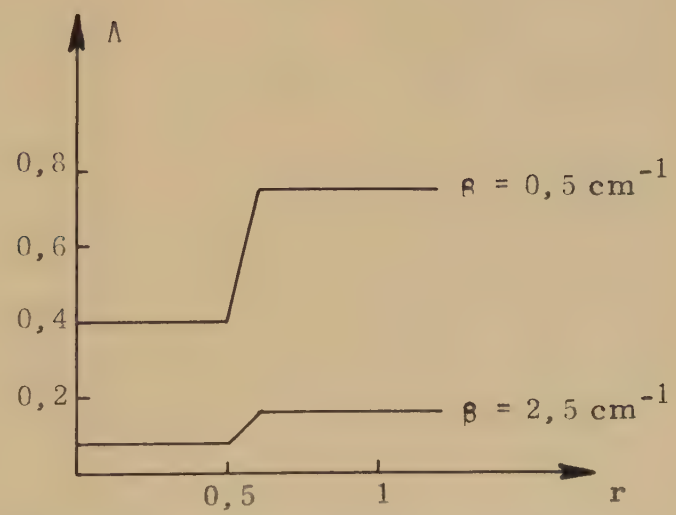


Fig. 3.22 Facteur hybride en fonction de r pour plusieurs structures

- est constant dans le plasma
- dépend de r dans le diélectrique
- est constant à l'extérieur sauf lorsqu'il y a un guide métallique qui entoure le plasma.

Pour cette raison nous avons tracé la valeur du facteur hybride pour quelques valeurs des paramètres (valeur de Λ_- en a et en b) (Fig. 3.20 et 3.21).

Pour conclure ce chapitre, nous pensons qu'une étude générale des structures du guide à plusieurs diélectriques serait nécessaire car pour l'instant il n'est pas possible d'avoir des lois très générales sur la propagation dans de tels guides. Pour notre travail, cela n'est pas très ennuyeux car nous n'avons pas étudié le couplage entre une telle structure et un guide normal ou une antenne.

CHAPITRE 4

ETUDE EXPERIMENTALE DU MODE DIPOLAIRE

4.1 - La décharge

Pour faire une étude systématique du mode dipolaire, il nous fallait une colonne de plasma de densité variable pour pouvoir faire des mesures dans un domaine de fréquences aussi grand que possible ; de plus il était préférable d'utiliser un plasma à basse pression pour avoir une fréquence de collision aussi faible que possible (le libre parcours moyen sera grand devant les dimensions transverses). Pour ces raisons nous avons utilisé une décharge dans la vapeur de mercure (pression environ 2.10^{-3} mm Hg à la température de 300° K) ; ce tube est à cathode chaude (cathode C I 10 à chauffage indirect : 6 v, 10 A) et l'anode est en nickel. Le courant de décharge peut varier entre quelques milliampères et deux ampères, sous une tension à peu près constante de 70 v ; en raison de la pente légèrement négative de la caractéristique du tube, nous sommes obligés d'avoir dans le circuit anodique une résistance de charge nettement supérieure à celle du plasma pour stabiliser la décharge.

Avec ce tube nous obtenons donc une colonne de plasma dont voici approximativement les caractéristiques :

a/- la densité moyenne varie entre 10^8 et 10^{12} cm^{-3} pour les tubes de petits diamètres (a = 5 mm)

b/- la température électronique est de l'ordre de 5 ev ; par suite nous avons toujours la longueur de Debye beaucoup plus petite que le rayon de la colonne ($a/\lambda_d \simeq 10^3$)

c/- les fréquences de collisions sont assez mal connues mais dans notre cas nous avons toujours

$$\nu \ll \omega$$

Nous verrons par la suite que l'atténuation des ondes n'est pas due uniquement aux collisions des électrons sur les particules neutres mais également sur les parois du tube.

Il y a quelques années des études ont été faites pour connaître la distribution radiale de densité ; dans notre cas où le libre parcours moyen est grand devant les dimensions transverses du tube, nous n'avons pas une décroissance

$$n = n_o J_o (\alpha r)$$

Elle est nettement moins rapide . Nous reproduisons ici quelques courbes qui ont été calculées par PARKER[46] pour une décharge identique (Fig. 4.1).

La densité est mesurée par la méthode du décalage en fréquence de la résonance d'une cavité ; nous utilisons généralement le mode TM_{020} qui d'après une étude faite par AGDUR et ENANDER[43] permet de faire des mesures de densité même lorsque la fréquence plasma est légèrement supérieure à la fréquence de résonance de la cavité. Pour faire ces mesures des précautions sont nécessaires ; en effet, pour faciliter les mesures, nous superposons une tension alternative (50 cs) (Fig. 4.2) à la tension anodique ; nous avons ainsi un courant de décharge :

$$i = i_o + i(t)$$

et par suite la densité est modulée en fonction du temps

$$n = n_o + n(t)$$

Si les courants sont faibles n(t) est proportionnelle à i(t) tandis qu'il n'en est pas de même pour des intensités supérieures à 500 mA. Pour cette raison, il est nécessaire de faire les mesures de densité en même temps que les mesures de propagation ou dans des conditions semblables. En plus de cette erreur, il faut noter que la colonne de plasma n'est pas tout à fait homogène longitudinalement ; nous en reparlerons dans le chapitre suivant mais il nous a semblé nécessaire d'indiquer dès maintenant les causes d'erreur.

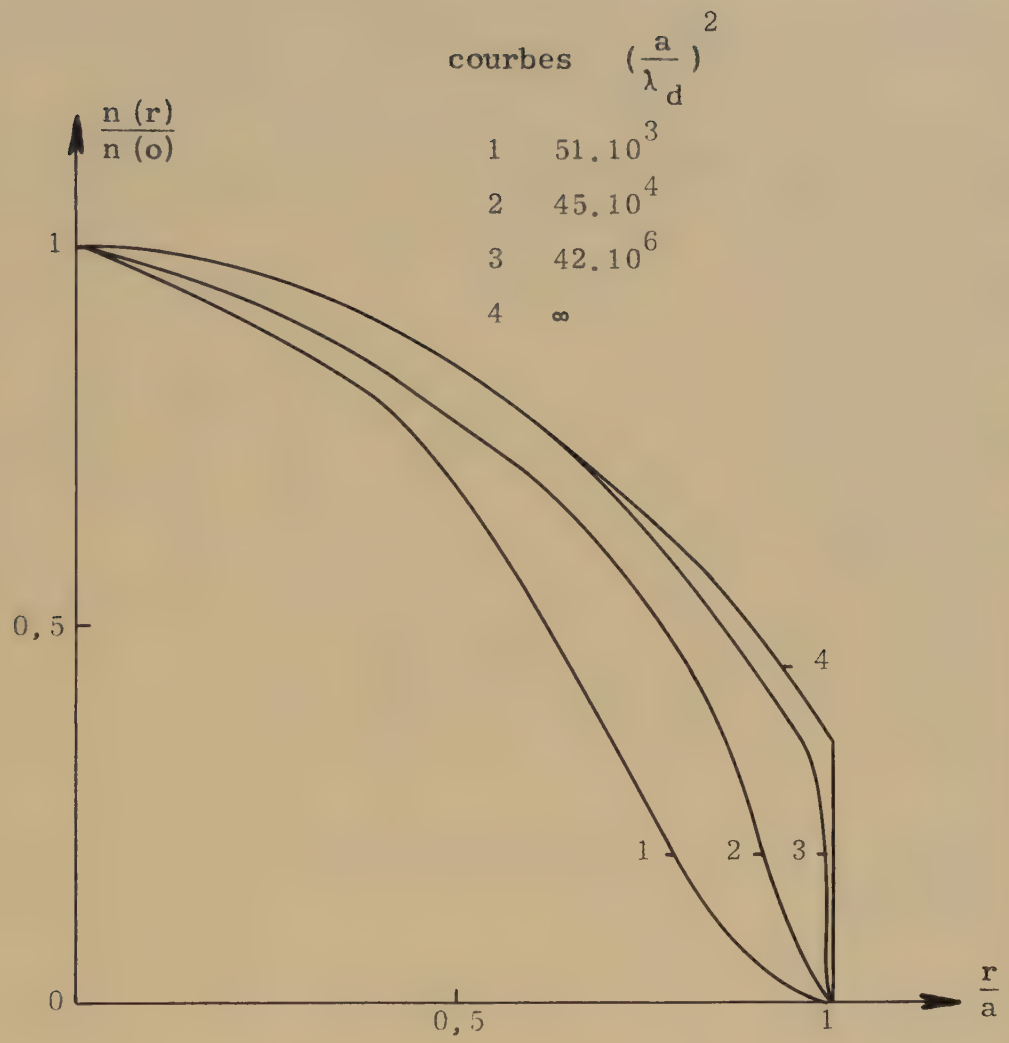


Fig. 4.1 - Profil de la densité pour une décharge mercure (d'après Parker)

paramètre : $\frac{a^2}{\lambda_d^2}$ (λ_d = longueur de Debye)

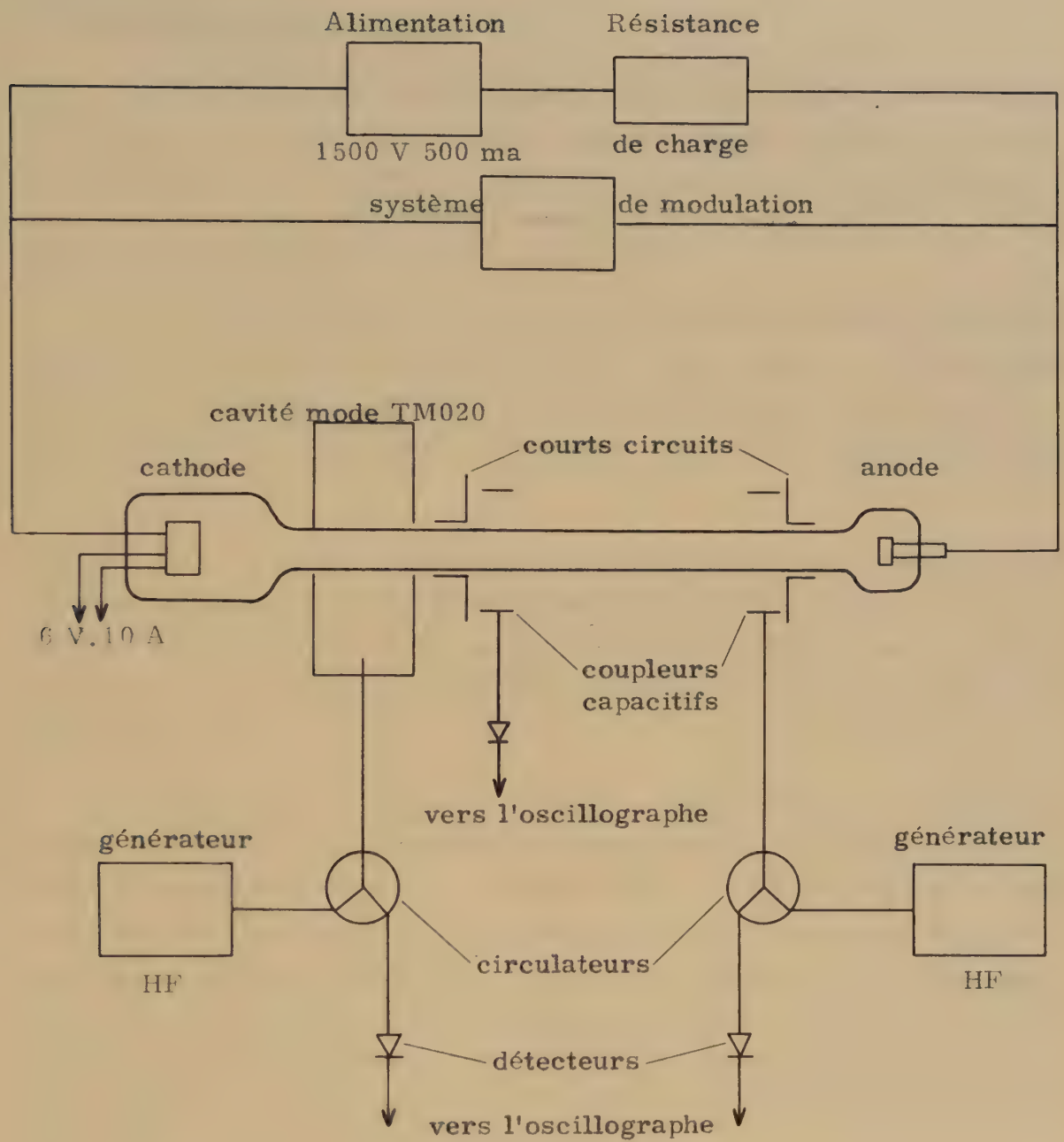


Fig. 4.2 - Schéma général de l'expérience

4.2 - Principe des mesures

Pour obtenir les courbes de dispersion nous utilisons plusieurs méthodes qui sont basées toutes sur le même principe : obtenir un système d'onde stationnaire entre 2 courts-circuits; pour cette raison nous n'en décrirons que deux: l'une dans le cas où le plasma n'est entouré d'aucune paroi métallique, l'autre pour un guide partiellement rempli de plasma.

a/- sans guide, l'onde est excitée au moyen d'un coupleur capacitif et le récepteur est un autre coupleur (Fig. 4.3) ; nous mesurons la puissance transmise soit par le coupleur (détectée en 1) soit par le plasma (détectée en 2) . Pour améliorer le couplage deux courts-circuits peuvent être placés derrière chaque coupleur

b/- avec guide l'excitation et la réception sont réalisées par une simple antenne électrique ; si l'antenne d'excitation est fixée celle de la réception peut se déplacer suivant une génératrice du guide. Dans ce cas nous mesurons soit la puissance réfléchie (en utilisant un circulateur) soit la puissance transmise (Fig. 4.3).

Dans tous les cas nous procédons de la même manière ; le courant de la décharge est modulé et nous excitons à fréquence constante. Lorsque pour une fréquence plasma (c'est-à-dire pour un courant donné) , la distance entre les deux courts-circuits est un multiple de la demi-longueur d'onde pour la fréquence excitée, nous avons un maximum pour la puissance transmise et un minimum pour la puissance réfléchie. Puisque la valeur de ω_p varie en fonction du temps nous obtenons sur les oscillogrammes (Fig. 4.4) plusieurs pics qui indiquent que pour cette valeur de I et donc de ω_p la distance L entre les courts-circuits est égale à $n\frac{\lambda}{2}$ (n étant un entier positif).

Si nous faisons varier la distance L nous obtenons pour la même fréquence un autre oscillogramme et il nous est possible de tracer des diagrammes tels que ceux de la figure 4.4 qui permettent ensuite de tracer la courbe de ω_p en fonction de la longueur d'onde λ .

A remarquer que par cette méthode nous pouvons éliminer une cause d'erreur : les courts-circuits n'étant pas très efficaces puisqu'ils se trouvent à l'extérieur du tube, la mesure de la distance entre eux n'est pas exacte ; par suite des erreurs peuvent être faites sur la longueur d'onde. Mais en utilisant les résultats pour plusieurs valeurs de L (Fig. 4.5) nous devons pour une même valeur de l'intensité avoir une demi-longueur d'onde entre les courbes n = 1 et n = 2 puis n = 2 et n = 3 et ainsi de suite. Nous obtenons par suite une très bonne précision sur la mesure de λ.

Cette méthode nous a permis de faire des mesures dans une gamme assez étendue de fréquence (entre 500 et 4000 Mcs) ; les courbes de dispersion n'ont pu être tracées qu'entre deux valeurs de longueur d'onde (2 cm et 20 cm) soit pour des valeurs du vecteur d'onde β comprises entre 3 cm^{-1} et 0,3 cm^{-1}. Pour ces valeurs de fréquences et de vecteurs d'onde, il n'existe que l'onde inverse et nous n'avons pu mettre en évidence l'onde directe. Il faut également noter que plus la vitesse de groupe est faible, plus l'atténuation est grande et il est donc à peu près impossible de propager une onde dans ces régions. Récemment une expérience[18] a été faite en utilisant une post-décharge et il semble que quelques points de l'onde directe ont été mis en évidence.

4.3 - Résultats expérimentaux

Depuis deux ans un certain nombre de résultats ont été publiés sur ce sujet ; ces études[16 à 24] étaient plus ou moins fragmentaires et les comparaisons avec la théorie n'ont pas toujours été faites avec précision. Parmi les articles intéressants nous pouvons citer ceux de CARLILE[16] qui s'est intéressé plus spécialement au bruit qui accompagne la propagation, IDA et AKAO[17] qui ont utilisé ce mode comme méthode de diagnostic, et GREGORY qui a étudié ce mode dans l'intention de faire une interaction faisceau-plasma sur ce mode. Nous donnerons ici une synthèse des résultats que nous avons obtenus et dont certains ont déjà été publiés[22 à 24].

4.3 a/- Identification du mode dipolaire

En plaçant une sonde électrique (mesure de E_r) ou une sonde magnétique

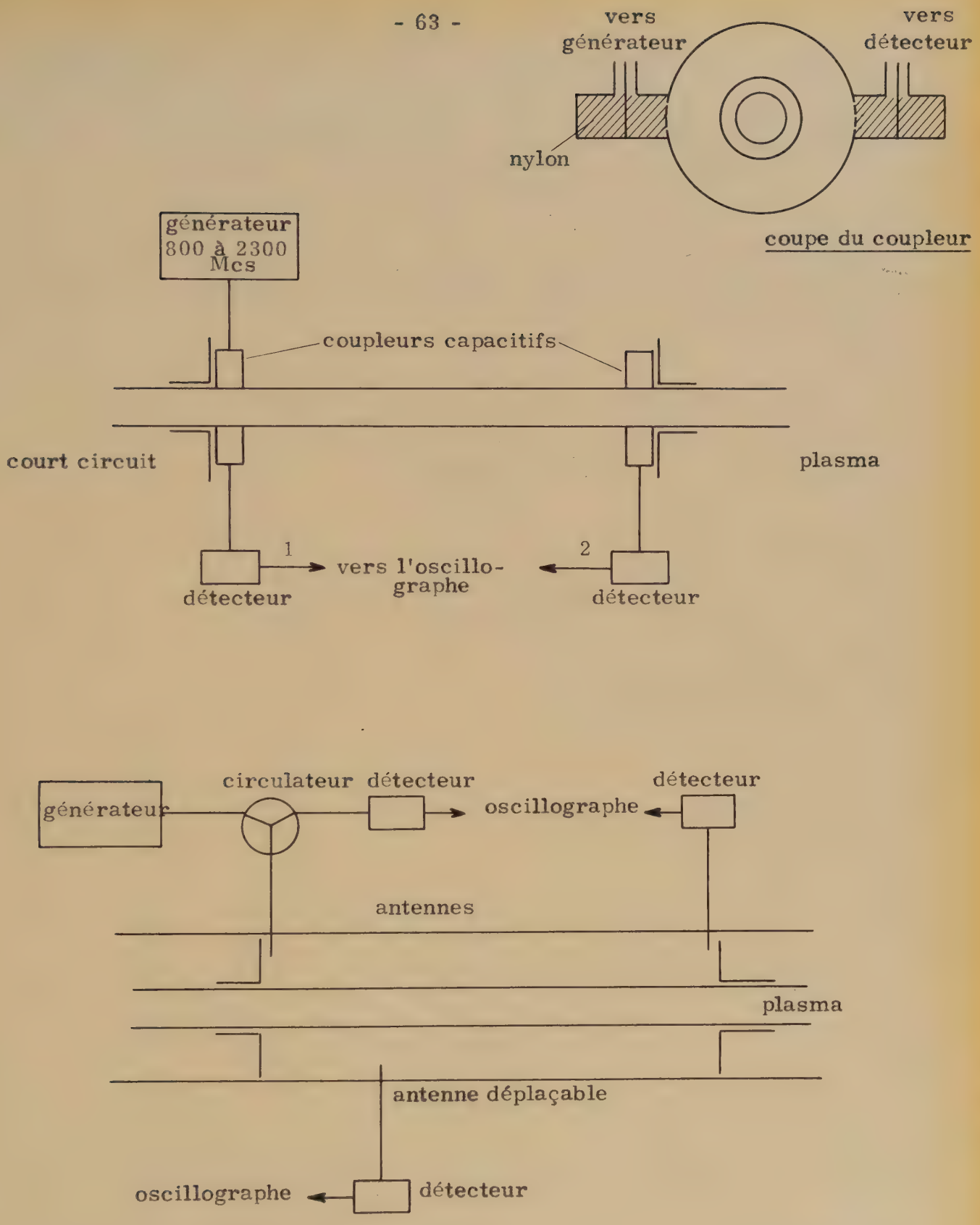
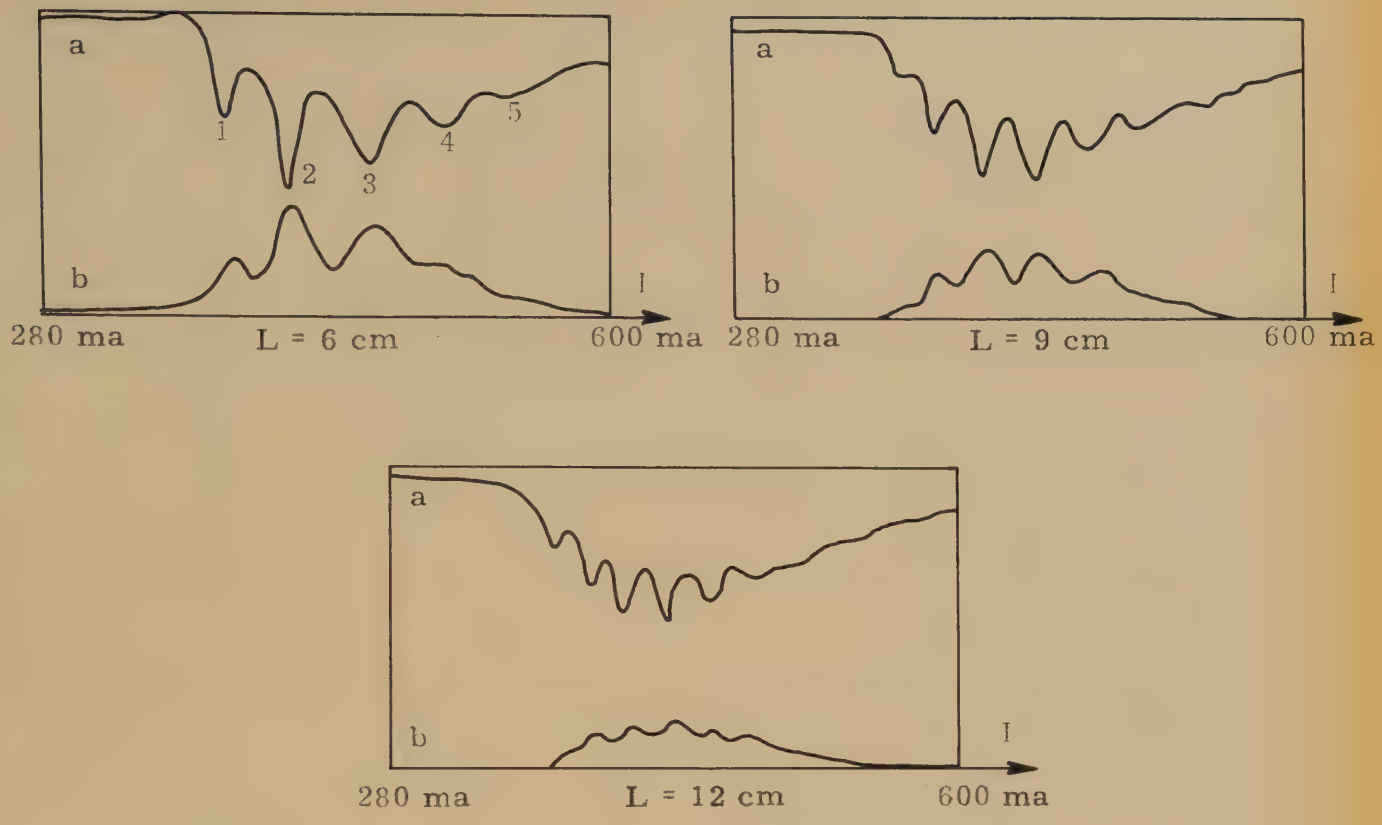


Fig. 4.3 - Schéma d'excitation

a) avec coupleurs
b) avec antennes



A) Exemples d'oscillogramme
a → puissance réfléchie
b → puissance transmise

B) Dépouillement des courbes

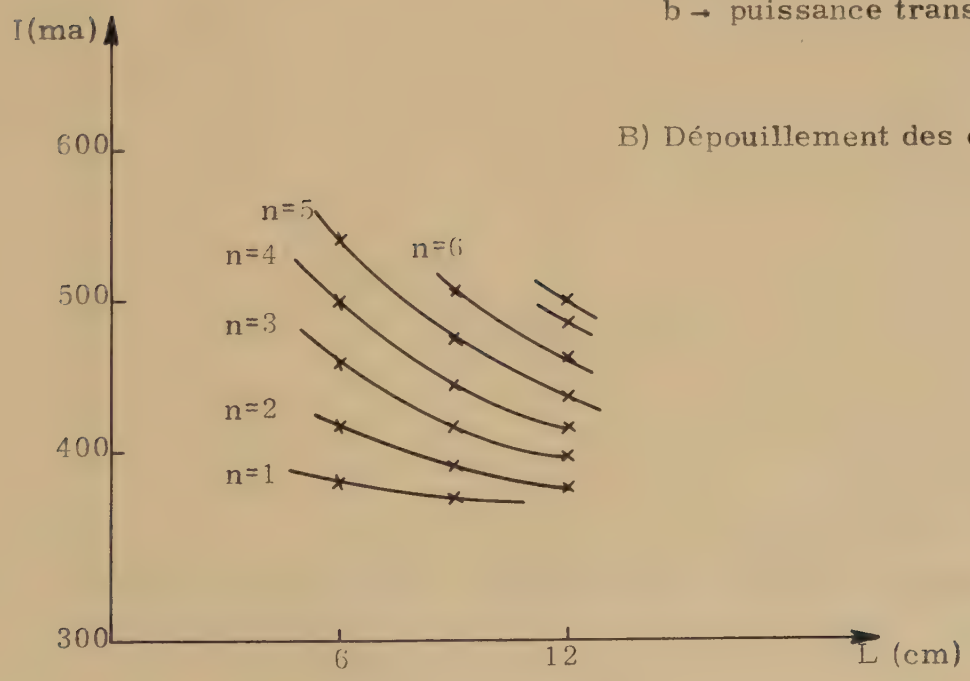
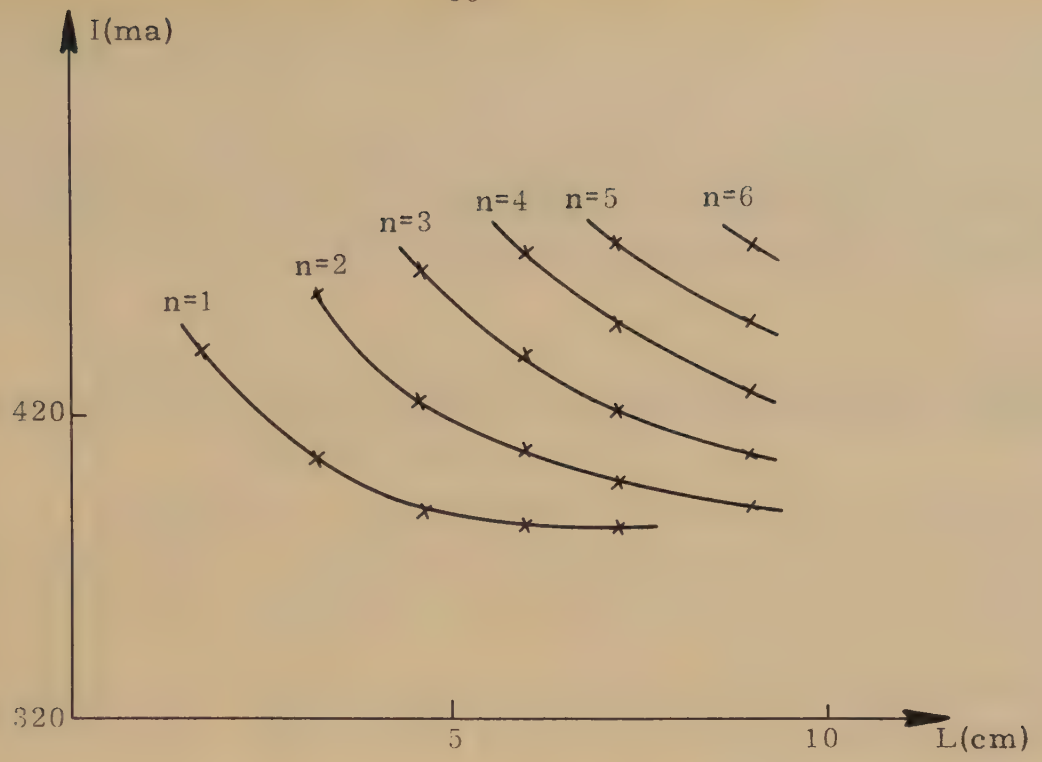


Fig. 4.4 - Système d'onde stationnaire obtenu entre deux coupleurs
tube : a = 0,5 cm b = 0,6 cm ; f = 1330 Mcs



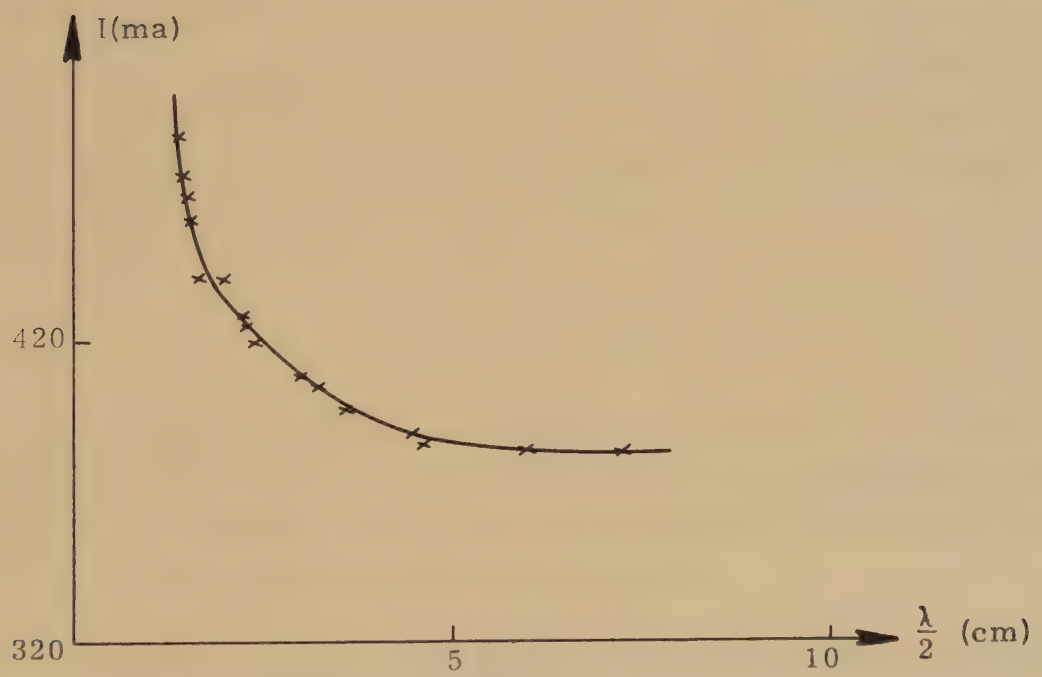


Fig. 4.5 - Courbe de l'intensité en fonction de λ pour une fréquence donnée = 1,245 Mcs

a = 0,4 cm b = 0,625 cm d = 2,4 cm

(mesure de H_φ) sur un court-circuit nous avons pu tracer une courbe qui donne l'amplitude relative d'une des composantes des champs en fonction de l'angle de rotation (Fig. 4.6) ; cela nous permet d'identifier le mode comme étant vraiment $m = 1$.

4.3 b/- courbes de dispersion d'une colonne de plasma ; comparaison avec la théorie.

La méthode que nous avons décrite ne nous permet pas d'obtenir directement les courbes de dispersion (ω en fonction de β) pour un plasma donné, mais nous traçons des courbes de ω_p en fonction de λ pour une valeur de la fréquence. Si nous voulons avoir les courbes $\omega - \beta$ ou $\omega - \lambda$ pour une densité de plasma donnée nous devons faire plusieurs expériences et tracer les courbes $\omega_p - \lambda$ pour une série de fréquences assez proches les unes des autres. Nous donnons deux courbes ainsi obtenues et nous les comparons à des courbes théoriques (Fig. 4.7).

Nous remarquons une erreur de moins de 15 % ; cette erreur est assez faible et il est bon de remarquer qu'elle est toujours dans le même sens ; nous pouvons l'expliquer assez simplement : la densité mesurée par la méthode de la cavité résonnante nous donne une valeur moyenne

$$\bar{n} = \frac{1}{a^2} \int_0^a n(r)\, r\, dr$$

par contre le champ électrique du mode dipolaire est maximum à la paroi et par suite l'onde voit une densité plus faible que celle que nous mesurons avec la cavité. Nous reparlerons de ce sujet dans le prochain chapitre quand nous utiliserons ce mode pour faire des mesures de densité.

4.3 c/- influence de la présence d'une paroi métallique entourant le plasma

Quelques mesures ont été faites en utilisant la même colonne de plasma mais des guides circulaires de différents diamètres. Nous donnons une série de courbes qui ne mettent pas en évidence la disparition de l'onde inverse mais qui

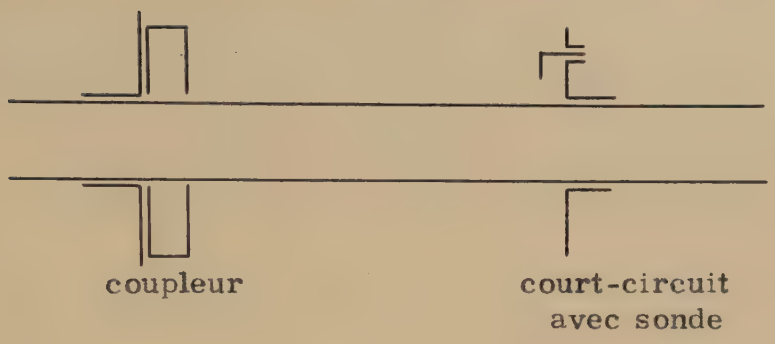
permettent de voir la diminution de la bande passante quand le rayon du guide décroît. Nous comparons également ces résultats aux courbes théoriques (Fig. 4.8).

A noter que les mesures sont d'autant plus difficiles que le rayon du guide est petit ; cela est sans doute dû au mauvais couplage qui existe dans ces conditions (la vitesse de groupe tend vers zéro).

4.3 d/- influence de la densité

La théorie prédit que lorsque la densité croît, le domaine où il existe une onde inverse décroît et peut même disparaître. Avec les plasmas que nous avons utilisés, nous n'avons pas pu mettre en évidence cette disparition mais néanmoins l'évolution des courbes de dispersion se voit très bien ; les courbes (ω_p - λ) (Fig. 4.8) que nous avons tracées ici sont celles d'un guide contenant un plasma mais le phénomène se remarque également lorsqu'il n'y a pas de guide mais l'excitation de l'onde vers les hautes fréquences est moins bonne avec les coupleurs capacitifs qu'avec une antenne électrique dans un guide.

Cette étude expérimentale sera complétée par les résultats que nous avons obtenus avec une cavité résonnant sur le mode dipolaire : le domaine de fréquence sera très étendu (jusqu'à 8000 Mcs), et une nouvelle méthode de mesure pour tracer les courbes de dispersion sera mise au point et elle nous permettra d'avoir une idée de l'amortissement de l'onde.



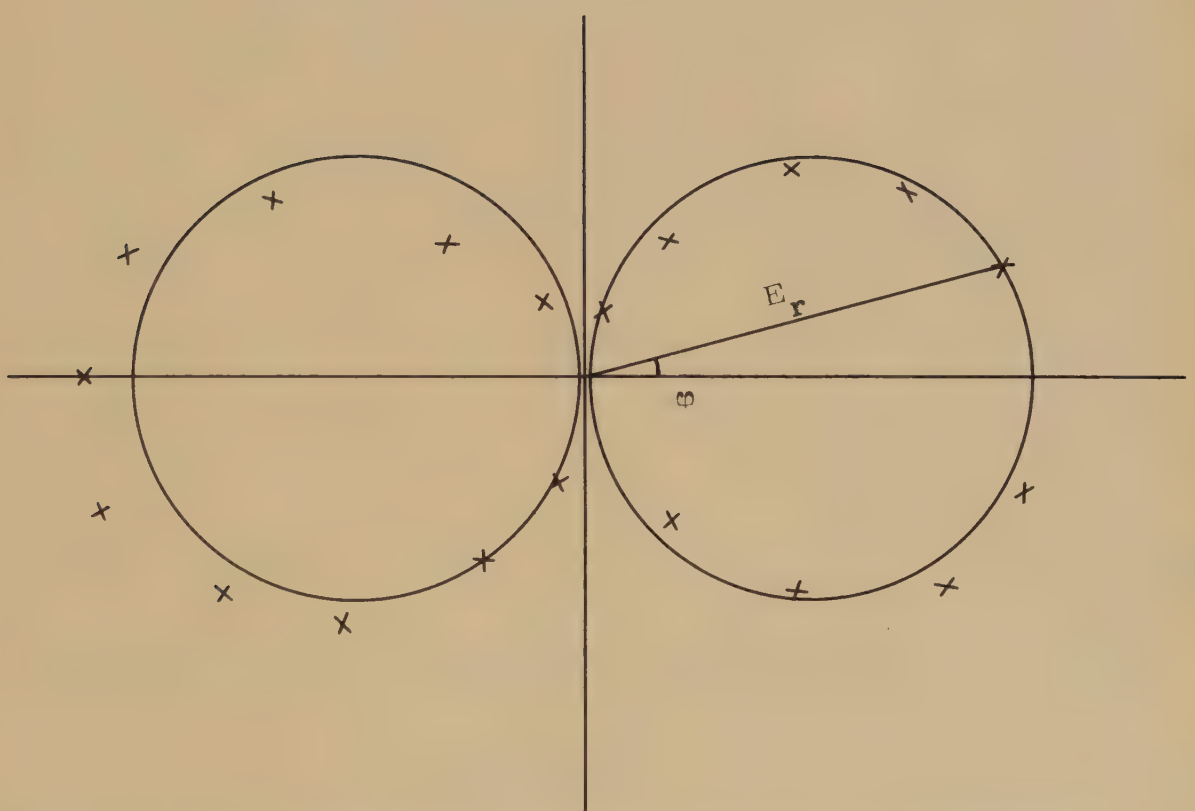


Fig. 4.6 - Amplitude relative d'un pic en fonction de l'angle de rotation
tube a = 0,5 cm b = 0,7 cm

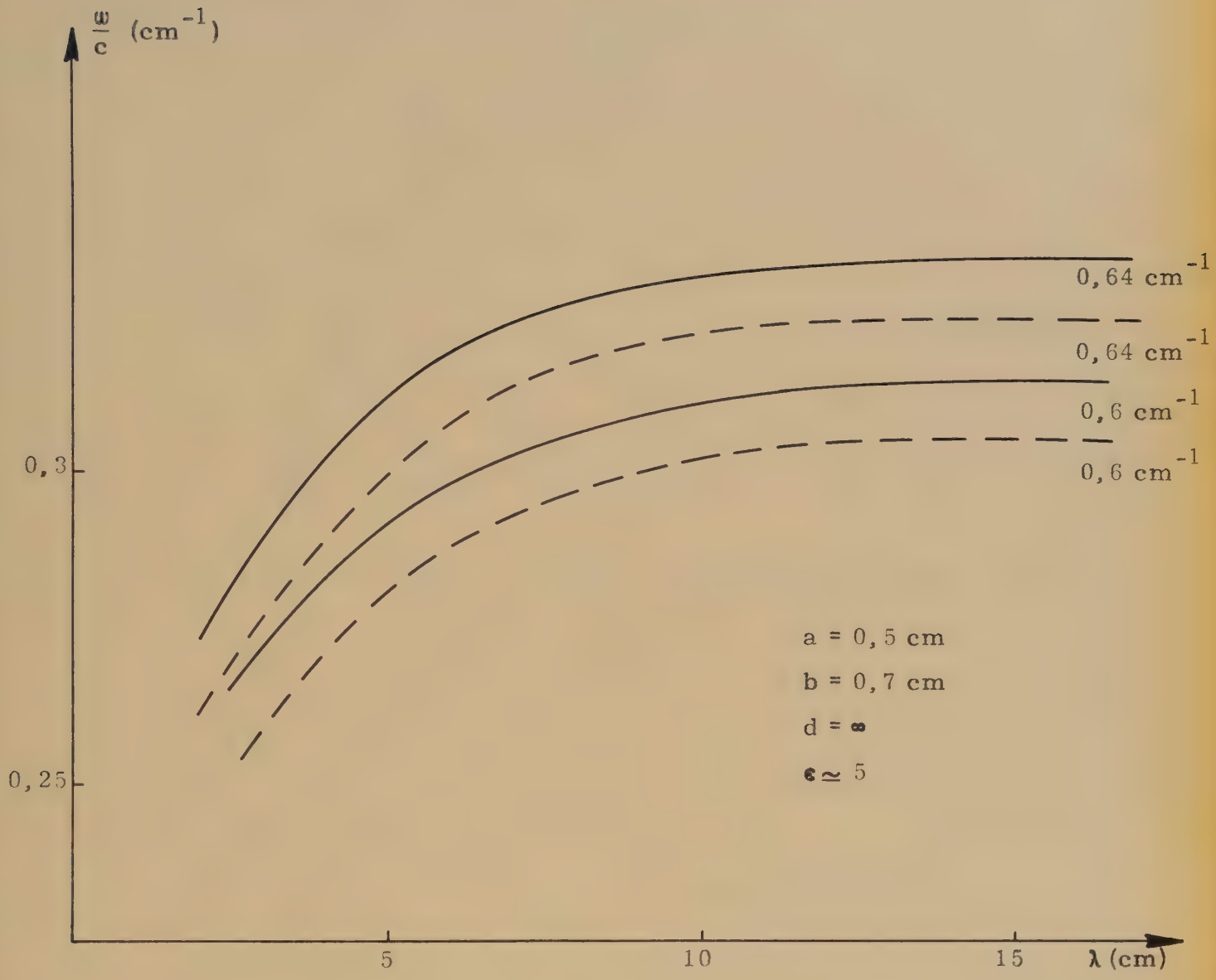
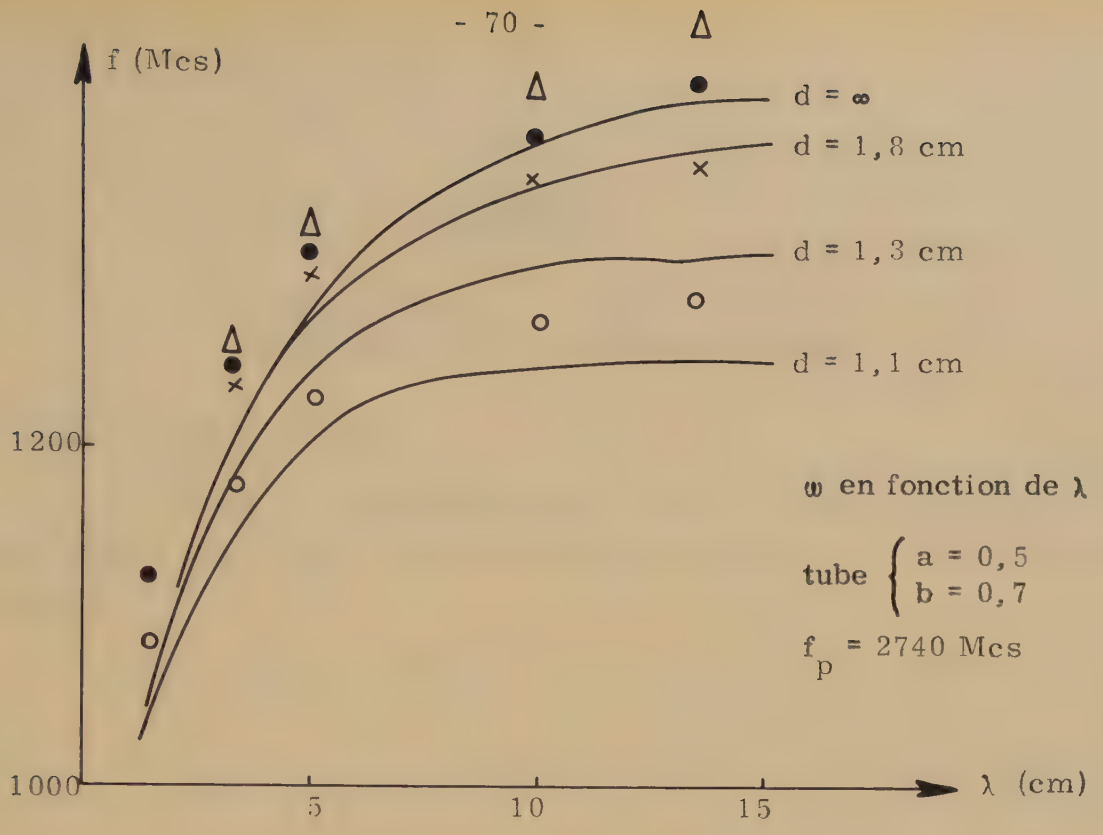


Fig. 4.7 - Courbes de dispersion (ω - λ) pour le mode dipolaire. Comparaison avec la théorie ----théorie ——— expérience

paramètre : $\frac{\omega_p}{c}$



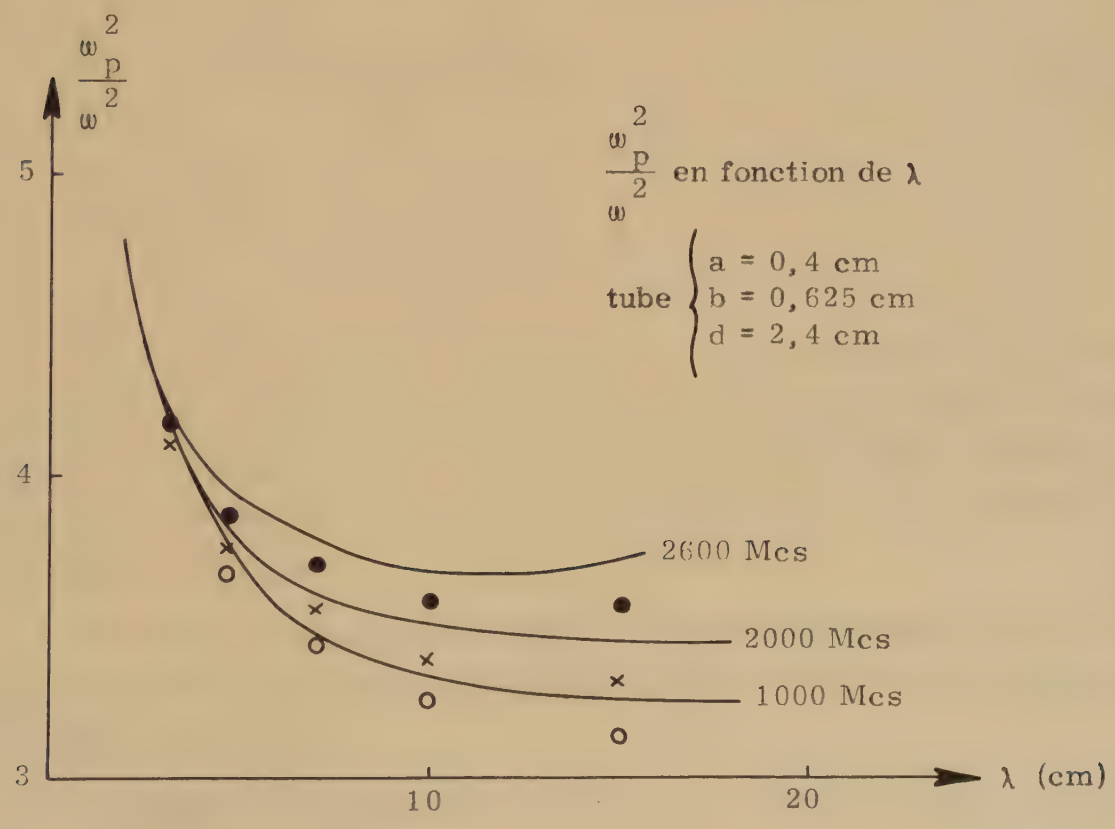


Fig. 4.8 - Influence du rayon du guide métallique et de la densité

CHAPITRE 5

CAVITE DIPOLAIRE : MESURE DE DENSITE

5.1 - Principe de la mesure

De l'étude de la propagation des "modes de plasma" , nous pouvons facilement déduire une cavité de petites dimensions qui permette de faire des mesures de densité.

Soit une cavité de longueur L et de diamètre 2d contenant une colonne de plasma de diamètre 2a entourée d'un tube de verre de diamètre extérieur 2b ; pour obtenir les fréquences de résonance d'un tel système, nous devons résoudre l'équation de dispersion obtenue au chapitre 2 ; elles dépendront d'un certain nombre de paramètres :

$$\omega_{rés} = F\ (a,\ b,\ d,\ \beta_n,\ \varepsilon_v,\ m\ ,\ \omega_p) \qquad (5.1)$$

où

$$\beta_n = \frac{n\,\pi}{L} \qquad \text{avec } n = 1,\ 2,\ 3 \ldots$$

Pour une cavité donnée, nous obtenons un spectre comprenant d'une part les résonances correspondant aux modes de plasma et d'autre part celles correspondant aux modes de guide perturbés. Nous ferons, au chapitre suivant, une étude générale de ces résonances ; nous ne nous intéresserons ici qu'à la résonance dipolaire (mode de plasma m = 1).

Nous avons résolu l'équation (5.1) pour plusieurs longueurs de cavité et nous avons tracé les courbes de la fréquence de résonance en fonction de la fréquence plasma (Fig. 5.1).

La courbe L = ∞, c'est-à-dire celle de la fréquence de coupure du mode dipolaire, n'est pas linéaire dès que $\omega_p^2/c^2 \geqslant 1\ cm^{-2}$; c'est cette résonance

"transverse" que de précédents auteurs[25] ont utilisée pour faire des mesures de densité. Par contre les courbes L = 2 cm, L = 1 cm qui tiennent compte des effets de la propagation axiale sont linéaires pour des valeurs nettement supérieures de la densité. Nous pouvons écrire

$$\omega_p = K\, \omega_{rés}$$

où K est une fonction dépendant à la fois des dimensions et de la fréquence. Néanmoins, si une précision de l'ordre de 10 % suffit, nous pouvons considérer K indépendant de la fréquence tant que

- pour $L = \infty$ $\quad \frac{\omega_p}{c} < 1\ cm^{-1}$ $\quad$ soit $n = 0{,}2.\ 10^{12}\ cm^{-3}$
- pour $L = 4$ cm $\quad \frac{\omega_p}{c} < 1{,}5\ cm^{-1}$ $\quad$ soit $n = 0{,}6.\ 10^{12}\ cm^{-3}$
- pour $L = 2$ cm $\quad \frac{\omega_p}{c} < 1\ cm^{-1}$ $\quad$ soit $n = 1{,}2.\ 10^{12}\ cm^{-3}$

Dans nos expériences nous utiliserons des cavités de 4 , 2 et même 1 cm de longueur suivant la densité que nous voudrons mesurer.

Si nous désirons utiliser cette méthode, il nous semble important de répondre à quelques questions.

5.2 - Signification de la densité mesurée

Avec la méthode classique du décalage en fréquence d'une cavité, on mesure une densité moyenne (c'est le nombre de particules par section de la colonne de plasma et par unité de longueur) :

$$\bar{n} = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a n(r)\, 2\pi r\, dr \qquad (5.2)$$

On obtient donc $\bar{n}$ directement, quelle que soit la forme de la répartition $n(r)$.

Par contre dans nos cavités à résonance dipolaire la théorie que nous avons faite suppose que la densité est indépendante des coordonnées transverses : ce qui est faux à priori ; en utilisant les résultats de PARKER (Fig. 4.1)[46], nous pouvons écrire que le profil de densité est approximativement décrit par

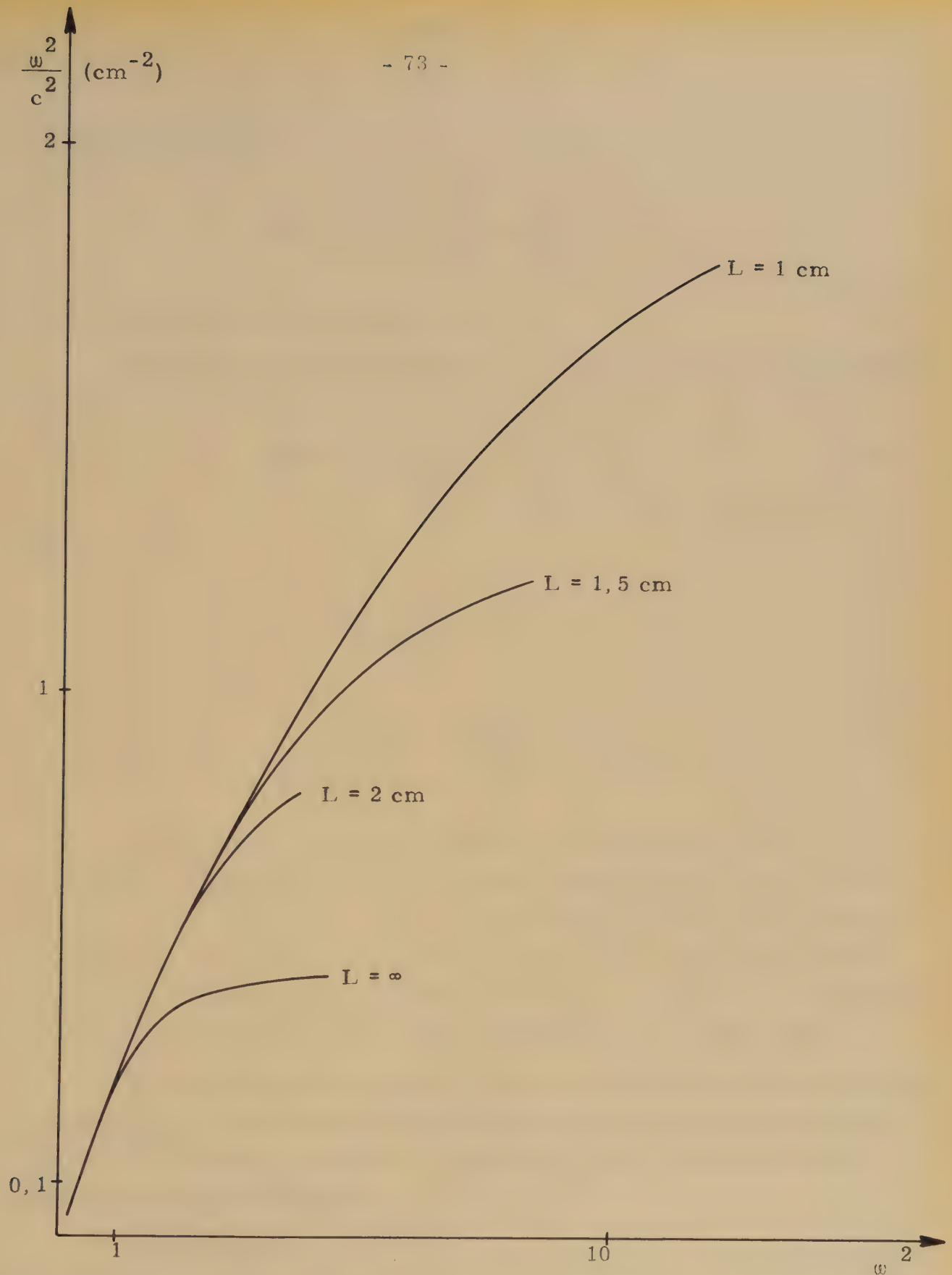


Fig. 5.1 - Fréquence de résonance de la cavité dipolaire
a = 0,4 cm b = 0,5 cm d = 2,4 cm
paramètre : L (cm)

l'équation suivante[47]

$$n(r) = \frac{4}{7}\bar{n}\left[1 + \frac{3}{2}\left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)\right]$$

où $\bar{n}$ est la densité moyenne définie par (5.2).

Nous avons alors en désignant par ω_p la fréquence de plasma correspondant à $\bar{n}$

$$\varepsilon(r) = \varepsilon_p - \varepsilon_g(r) \tag{5.3}$$

avec

$$\varepsilon_p = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$$

$$\varepsilon_g = \left[\frac{3}{7}\frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{6}{7}\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)\right]$$

La figure 5.2 nous donne la distribution de densité suivant r en la comparant avec la valeur moyenne $\bar{n}$; nous avons tracé également (Fig. 5.3) la valeur de ε en fonction de r pour une cavité contenant d'une part un plasma de densité constante (état non perturbé), d'autre part un plasma dont la densité est fonction de r (état perturbé). On voit sur ces figures que les profils réels ne sont pas trop éloignés du modèle théorique que nous avons utilisé.

Si la fréquence de résonance de la cavité contenant un plasma de densité constante est ω_1 nous pouvons en utilisant la méthode des faibles perturbations (2, page 100) calculer la fréquence de résonance ω_2 de la cavité contenant un plasma dont la densité dépend de r .

Nous trouvons :

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1} = \frac{\int_0^a \varepsilon_0 |E|^2 \varepsilon_g \, r \, dr}{\int_0^d \left[\mu_0 |H|^2 + \varepsilon_0 \frac{d\varepsilon_p}{d\omega}|E|^2 \, r \, dr\right]} \tag{5.4}$$

Nous avons fait une intégration graphique de cette équation 5.4 ; les différentes composantes des champs électromagnétiques ont été calculées numériquement. Nous trouvons un décalage tel que :

$$-0{,}15 < \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1} < -0{,}05 \qquad (5.5)$$

A titre d'exemple, nous donnons une courbe (Fig. 5.4) qui permet de comparer les mesures de densité en utilisant la fréquence de résonance d'une cavité dipolaire et la méthode du décalage de la fréquence de résonance d'une cavité résonnant sur le mode TM_{020} .Nous remarquerons que la densité mesurée à l'aide d'une cavité dipolaire est d'environ 10 % inférieure à celle mesurée avec la cavité TM_{020} : ce qui est conforme à l'équation 5.5.

Des densités supérieures à 10^{12} cm^{-3} ont pu être mesurées avec une cavité de faible longueur (L = 1 cm) (Fig. 5.5). Il faut noter que vers les fréquences de résonance élevées la cavité présente deux pics de résonance : $L = \frac{\lambda}{2}$ et $L = \lambda$. Ceci nous permet de dire qu'il est préférable pour la mesure des plasmas denses d'utiliser des cavités de longueur aussi faible que possible.

En conclusion, nous pouvons dire que la densité mesurée par la résonance dipolaire est d'environ 10 % inférieure à la densité moyenne définie par la formule (5.2).

5.3 - Surtension de la cavité

Si nous mesurons la largeur du pic de résonance nous avons toujours des surtensions Q qui varient entre 50 et 100 (Fig. 5.6). Pour expliquer ces valeurs il est nécessaire de faire une étude des phénomènes de collisions.

5.3 a/- Collisions avec les particules neutres

On peut définir une fréquence de collisions moyenne des électrons avec les particules neutres par la formule

$$\nu_{en} = n_o \int_0^\infty Q_1(v)\, v\, F(v)\, dv$$

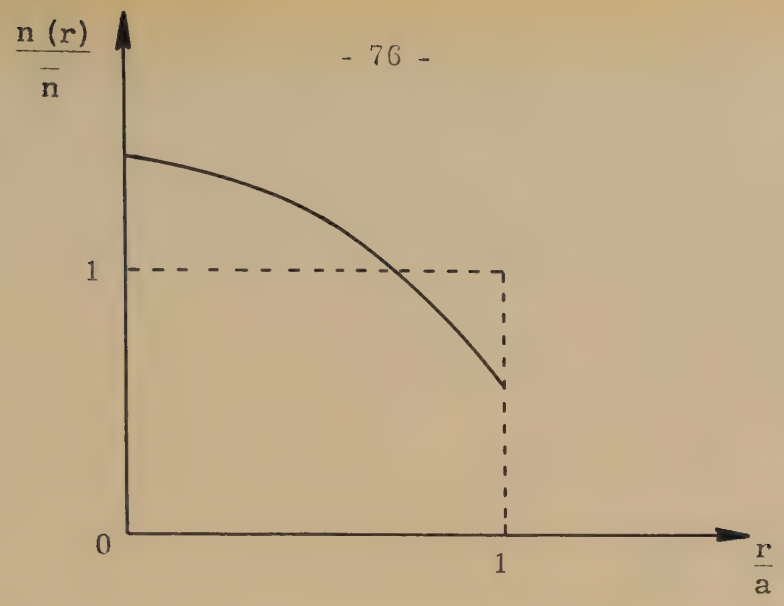


Fig. 5.2 - Distribution de la densité

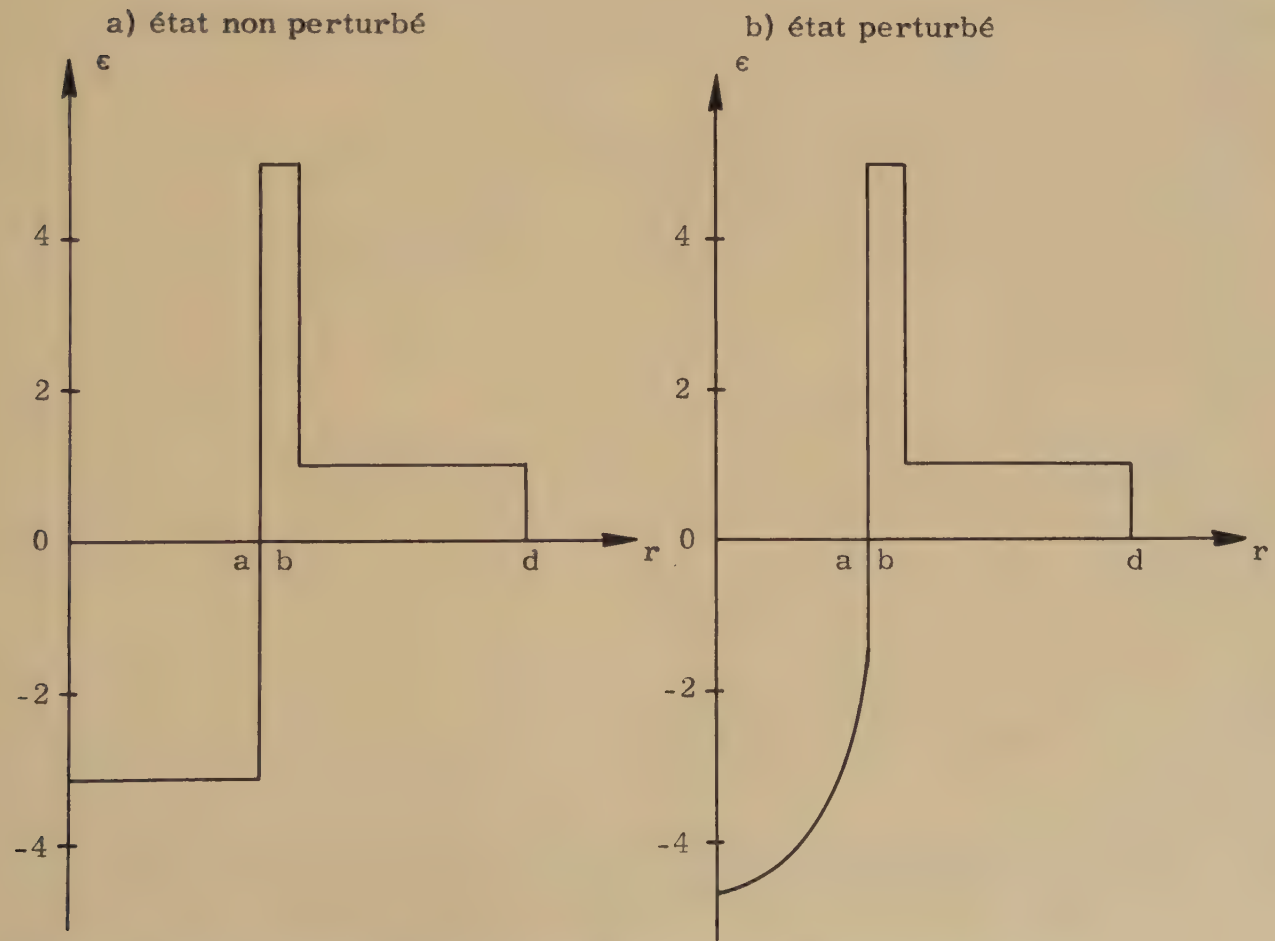
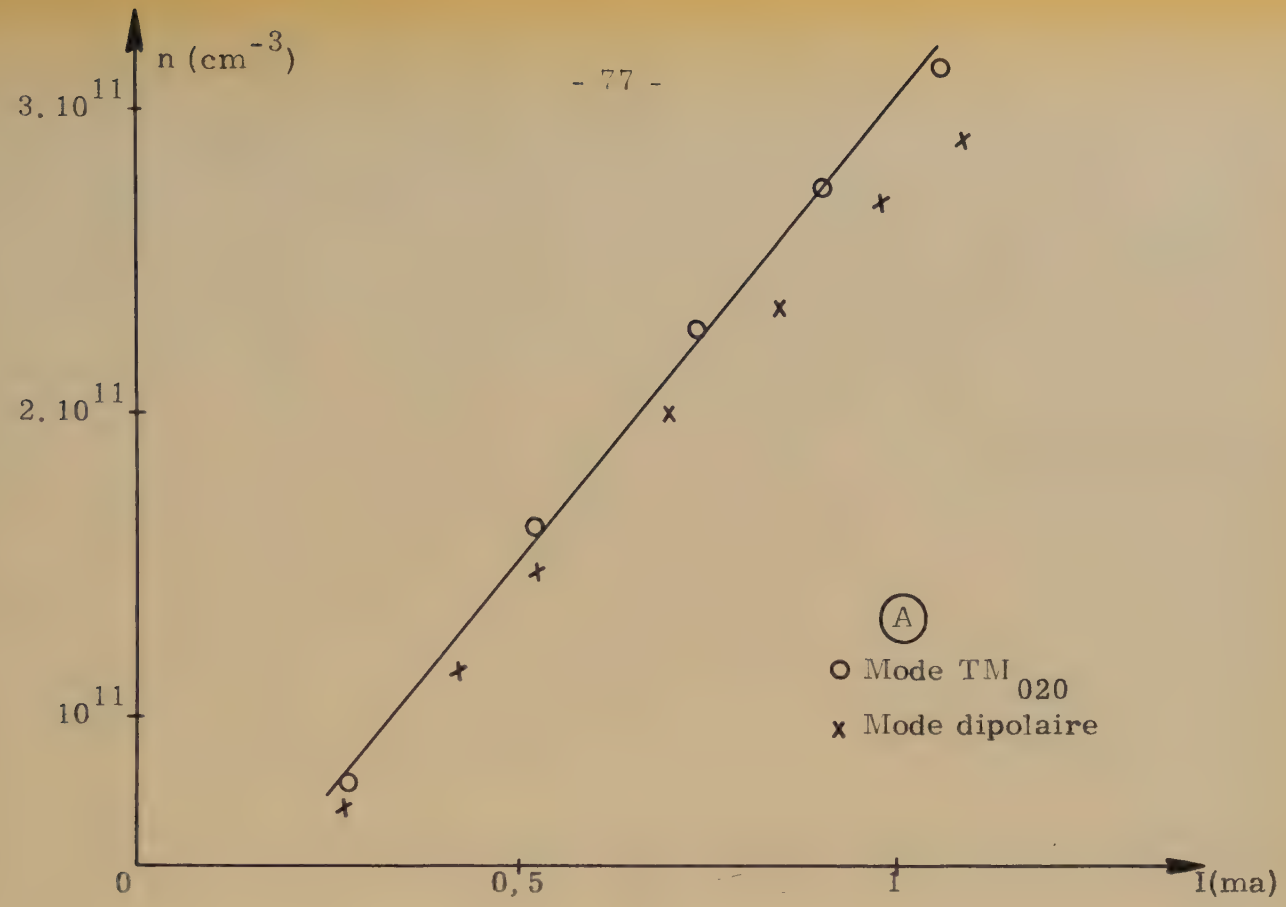


Fig. 5.3 - Valeur de la constante diélectrique en fonction du rayon
a) état non perturbé : densité indépendante de r
b) état perturbé : densité dépendant de r



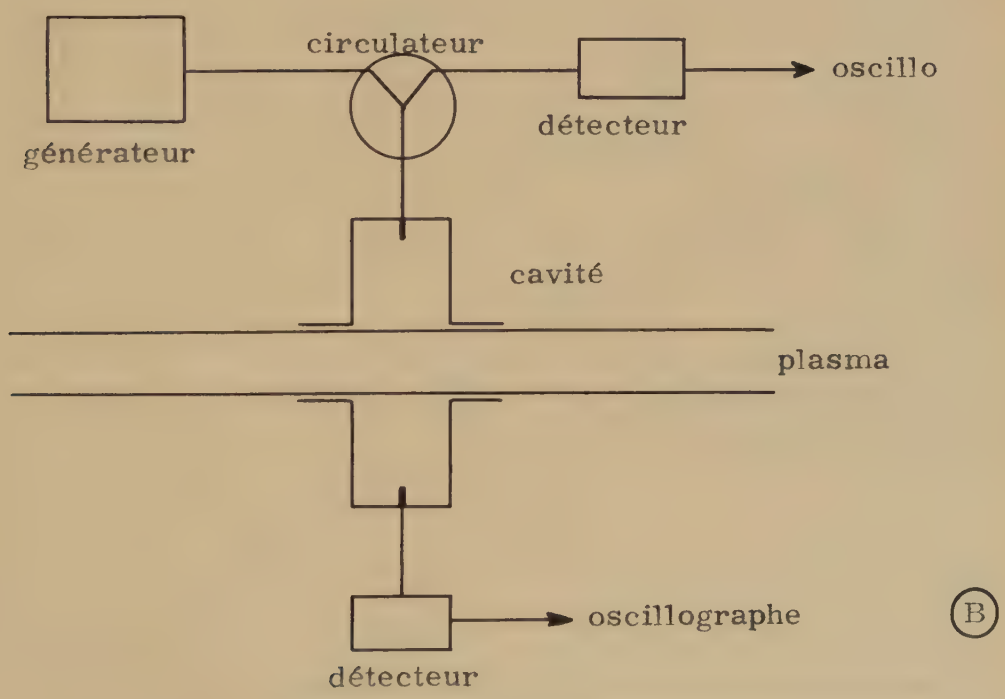
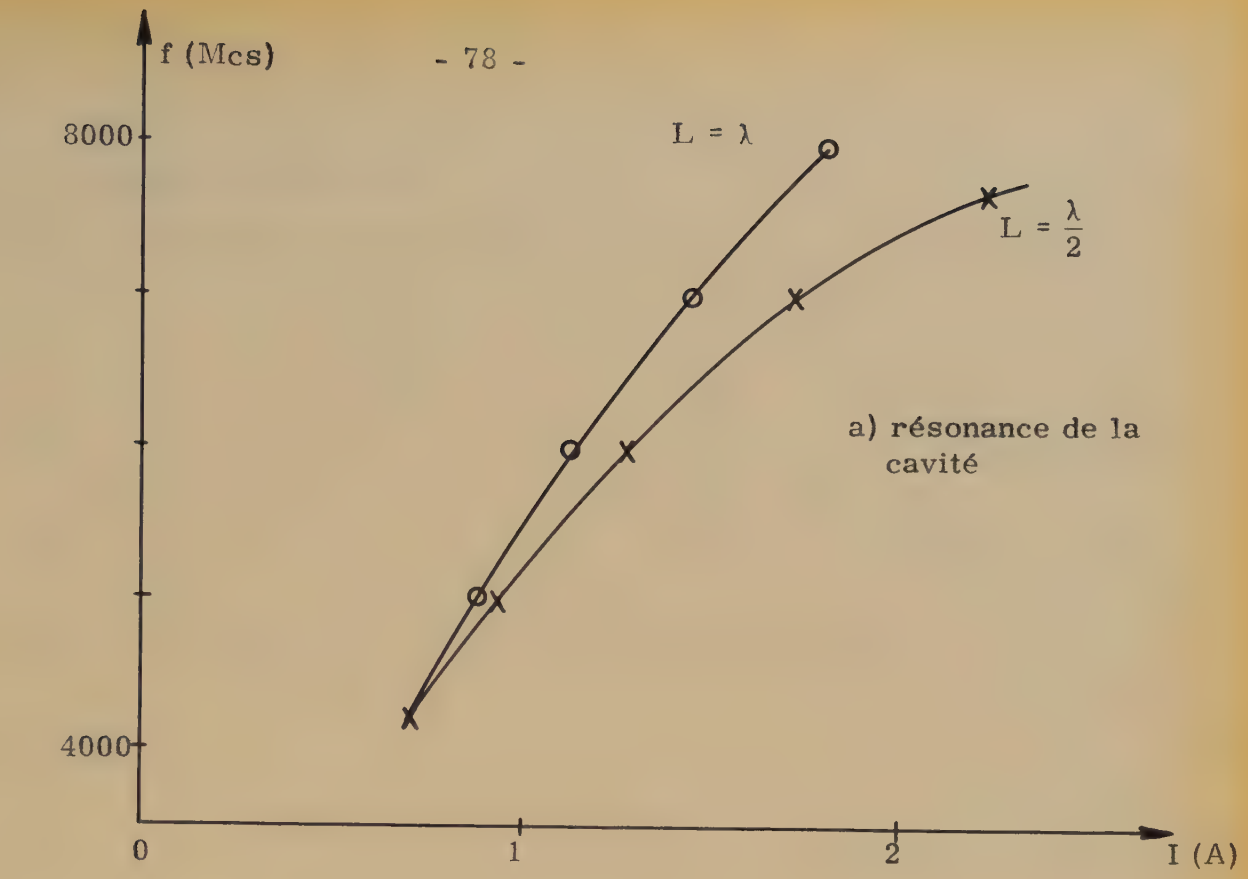


Fig. 5.4 - Mesure de densité avec une cavité dipolaire
A) comparaison avec mesure avec cavité TM_{020}
B) schéma de principe.



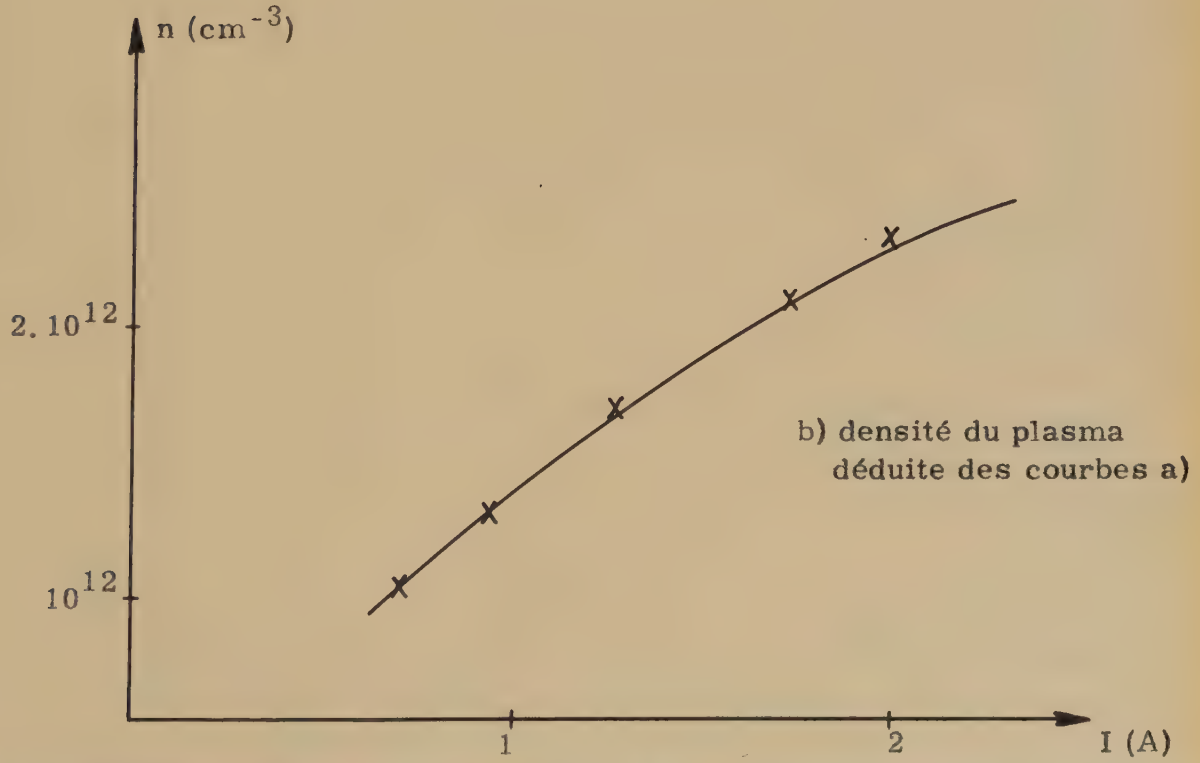


Fig. 5.5 - Résonance dipolaire et mesure de la densité d'une décharge au césium

a = 0,4 cm b = 0,5 cm d = 1,6 cm

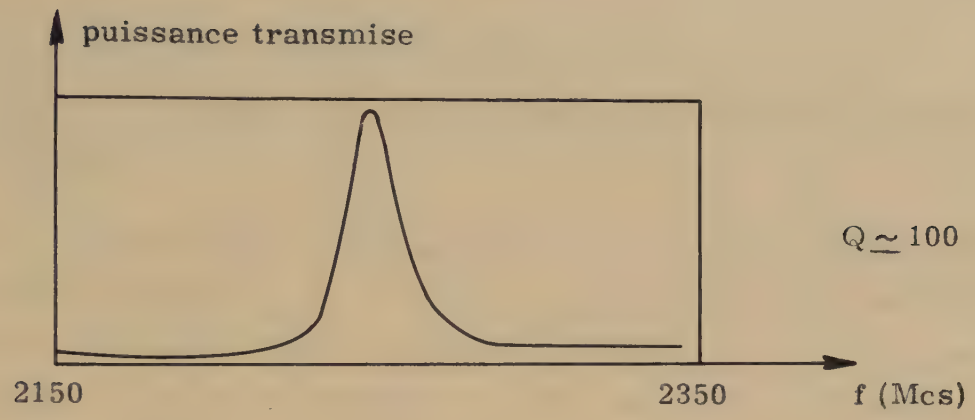


Fig. 5.6 - Résonance d'une cavité sur le mode dipolaire
a = 0,5 cm b = 0,625 cm d = 2,4 cm L = 2,5 cm

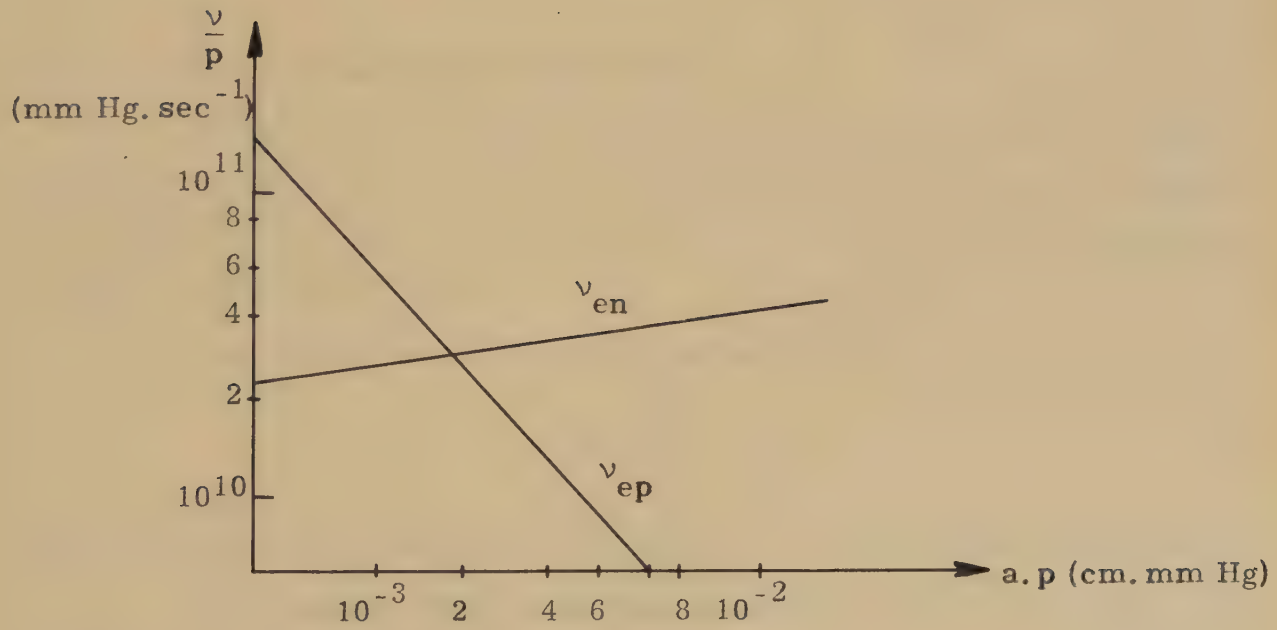


Fig. 5.7 - Les fréquences ν_{en} et ν_{ep} pour une décharge dans le mercure.

où $n_o = \frac{p}{K\,T}$ est la densité des neutres

$Q_1(v)$ la section efficace de transfert de quantité de mouvement par collision élastique.

KLARFELD[48] a donné une courbe de $Q_1(v)$ dans le mercure et récemment BRYANT[28] a calculé ν_{en}/p lorsque la fonction de distribution F(v) est maxwellienne. Nous donnons dans la figure 5.7 le résultat de ce calcul : en ordonnée nous avons ν_{en}/p et en abscisse ap . Dans notre cas d'expérience où $a = 0,5$ cm et p est de l'ordre de 2.10^{-3} mm de Hg, la fréquence de collision correspondante est :

$$\nu_{en} \simeq 10^7$$

Il semble évident que nous ne pouvons pas expliquer la valeur expérimentale du facteur de qualité en ne faisant intervenir que ce phénomène de perte, car nous devrions trouver d'après la valeur de ν_{en} ci-dessus

$$Q \geqslant 500$$

5.3 b/- Collisions avec les parois

En raison des dimensions transverses du tube et de la basse pression qui existe à l'intérieur, le libre parcours des électrons est toujours nettement plus grand que le diamètre du tube, par suite les collisions avec les parois constituent un phénomène important.

Nous pouvons définir une fréquence de collisions ν_{ep}

$$\nu_{ep} = \frac{\overline{v}_m}{a}$$

où $\overline{v}_m$ est la vitesse moyenne des électrons et a le rayon intérieur du tube.

Connaissant la température électronique nous avons pu tracer une courbe de cette fréquence de collisions en fonction de la pression. Dans nos expériences ($a = 0,5$ cm et $T_e \simeq 4$ ev) nous trouvons

$$\nu_{ep} \simeq 10^8$$

En utilisant ce résultat nous trouvons des surtensions de l'ordre de 100 dans le domaine où nous avons réalisé les expériences. Des mesures précises de la surtension ainsi que des tracés de courbes de Q en fonction de la fréquence pour plusieurs valeurs de la pression seraient nécessaires pour bien comprendre les phénomènes de perte ; néanmoins nous pensons que la surtension Q est définie en ordre de grandeur par la relation

$$Q = \frac{\omega}{\nu_{ep}}$$

5.4 - Influence des divers paramètres (a, b, d, ε_v, L)

Une des causes importantes d'erreur est sans doute la mauvaise connaissance des dimensions du tube de verre et de la cavité ; c'est pourquoi nous pensons qu'il est extrêmement important d'en connaître les effets.

5.4 a/- Les dimensions du tube à décharge sont en général imposées par l'expérience mais elles sont connues avec assez peu de précision. Pour cette raison nous avons tracé des courbes montrant l'erreur sur la densité due à une imprécision de l'ordre de 10 % sur les diamètres intérieur et extérieur du tube de verre (Fig. 5.8) : en pointillé la courbe théorique de la densité mesurée par une cavité de dimensions données (a = 0,4 cm ; b = 0,5 cm ; d = 2,4 cm) ; les autres courbes donnent $\Delta n/n$ pour des cavités contenant un tube à décharge de dimensions légèrement différentes (10 %) ; si seul le diamètre moyen varie, l'épaisseur restant à peu près constante, l'erreur sur la densité est très faible mais croît quand la densité croît :

moins de 3 % pour une densité inférieure à 10^{11} cm^{-3}

environ 10 % pour une densité de l'ordre de 2.10^{12} cm^{-3}

environ 20 % pour une densité de l'ordre de 7.10^{12} cm^{-3}

- par contre l'erreur est beaucoup plus importante si l'épaisseur du verre varie; pour ces raisons, si l'on désire faire des mesures précises, il faut utiliser du verre calibré.

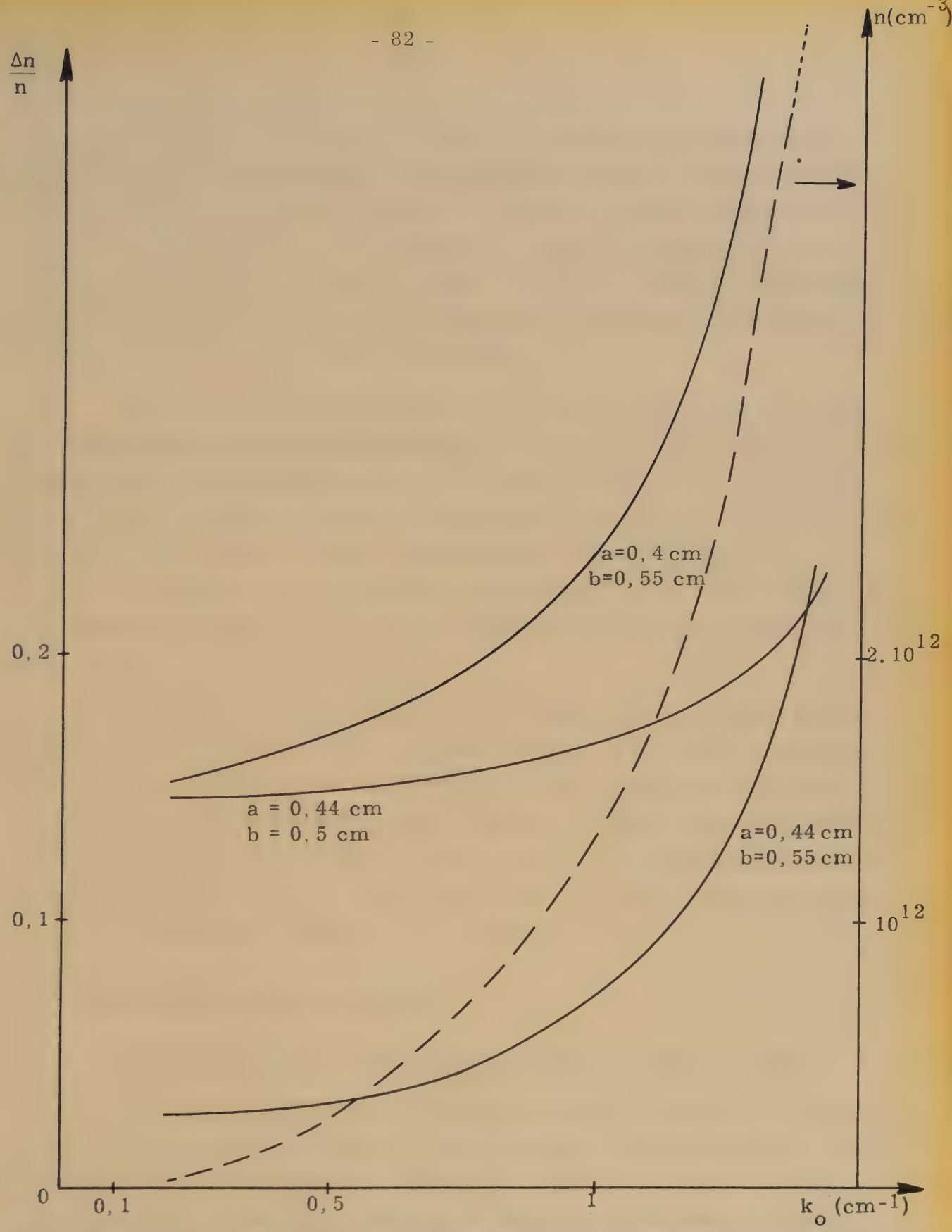


Fig. 5.8 - Influence des dimensions du tube à décharge sur la fréquence de résonance de la cavité dipolaire

— — — courbe de densité (a = 0, 4 cm, b = 0, 5 cm, d = 2, 4 cm, L = 2 cm)

_____ $\frac{\Delta n}{n}$ pour des tubes légèrement différents.

5.4 b/- Une autre cause d'erreur est la mauvaise connaissance de la constante diélectrique du verre ; cette dernière varie avec la fréquence et il nous a semblés bon de voir si une erreur de l'ordre de 10 % sur la constante diélectrique influait beaucoup sur les mesures ; la figure 5.9 permet de voir que l'erreur est très faible (environ 5 % pour un $\Delta\varepsilon_v/\varepsilon_v$ de 10 %). La constante diélectrique du verre étant connue avec beaucoup plus de précision, nous pouvons considérer cette cause d'erreur comme négligeable.

5.4 c/- Les deux autres paramètres d , et L sont connus avec précision, néanmoins du point de vue hyperfréquence la distance L peut amener une cause d'erreur car les deux flasques de la cavité ne sont pas de bons courts-circuits (la longueur effective de la cavité est légèrement supérieure à la longueur réelle). L'erreur est très faible tant que la demi-longueur d'onde λ_o dans le vide de la fréquence de résonance est plus grande que les dimensions de la cavité ; (Fig.5.9) nous donnons la valeur de $\Delta n/n$ pour une erreur de 10 % sur la longueur effective de la cavité.

En conclusion de ce paragraphe, nous pouvons dire que pour des densités inférieures à 10^{12} cm^{-3} la méthode de la cavité dipolaire est d'une utilisation simple mais que pour des densités supérieures, il faut connaître avec précision les paramètres. Cette méthode nous semble plus facile d'emploi que celle utilisée par CRAWFORD (coupleurs capacitifs) car une cavité peut être montée sur n'importe quel tube à décharge et il n'y a aucun court-circuit à régler. Nous allons voir maintenant quelques applications de cette méthode.

5.5 - Applications des cavités dipolaires

5.5 a/- Contrôle de la constance de n_e dans une colonne de plasma

En raison de ses faibles dimensions (sa longueur varie entre 10 et 20 mm) la cavité dipolaire permet des mesures sur des faibles longueurs de décharge : ceci nous permet de voir les variations de densité le long d'une colonne de plasma ; dans ces résultats il faut tenir compte de la variation d'épaisseur du verre et nous ne pouvons pas affirmer que nous ne mesurons que les variations de densité.

De toutes façons cela nous permet de dire du point de vue des phénomènes de propagation, que la colonne de plasma n'est pas homogène suivant z. (variation de 5 à 10 % de la fréquence de résonance le long d'un tube de 40 cm de long).

Un autre intérêt est le contrôle, en cours d'expérience, de la densité d'une colonne de plasma : la cavité peut se trouver en permanence sur la décharge et le moindre changement de densité sera détecté ; comme

$$\omega_p^2 = K\,\omega^2$$

nous pouvons voir des variations de ω_p aussi faibles que le permet la mesure de la fréquence de résonance.

5.5 b/- Mesures dans les post-décharges

Des mesures de densité dans des post-décharges peuvent également être faites avec cette cavité : néanmoins de telles mesures ne sont pas toujours possibles car il faut que le facteur de qualité ne soit pas trop faible. Il faut donc tenir compte d'une part des collisions (électrons-molécules ou électrons-parois), d'autre part de la densité de la colonne de plasma ; à titre d'exemple :

α)- pour une décharge dans l'hydrogène nous avons un minimum de la fréquence de collisions pour une valeur du facteur $a.P_o$ de l'ordre de 10^{-1} cm-mm Hg[28] ; la valeur de cette fréquence est environ 10^{-8} ; nous pouvons donc penser que pour un plasma d'une densité de 10^{10} cm^{-3} il est très possible de faire des mesures par cette méthode.

β)- pour une décharge de mercure ou de césium, cette méthode est très bien adaptée car la pression est assez basse et nous avons à peu près toujours des facteurs de qualité supérieurs à 50 .

5.5 c/- Tracé des courbes de dispersion

En utilisant une cavité de longueur variable nous pouvons avec facilité tracer des courbes de dispersion. Un certain nombre d'expériences ont été faites par cette méthode sur une décharge au césium soit en modulant le courant de décharge soit à courant constant et en utilisant un wobulateur (Fig. 5.10).

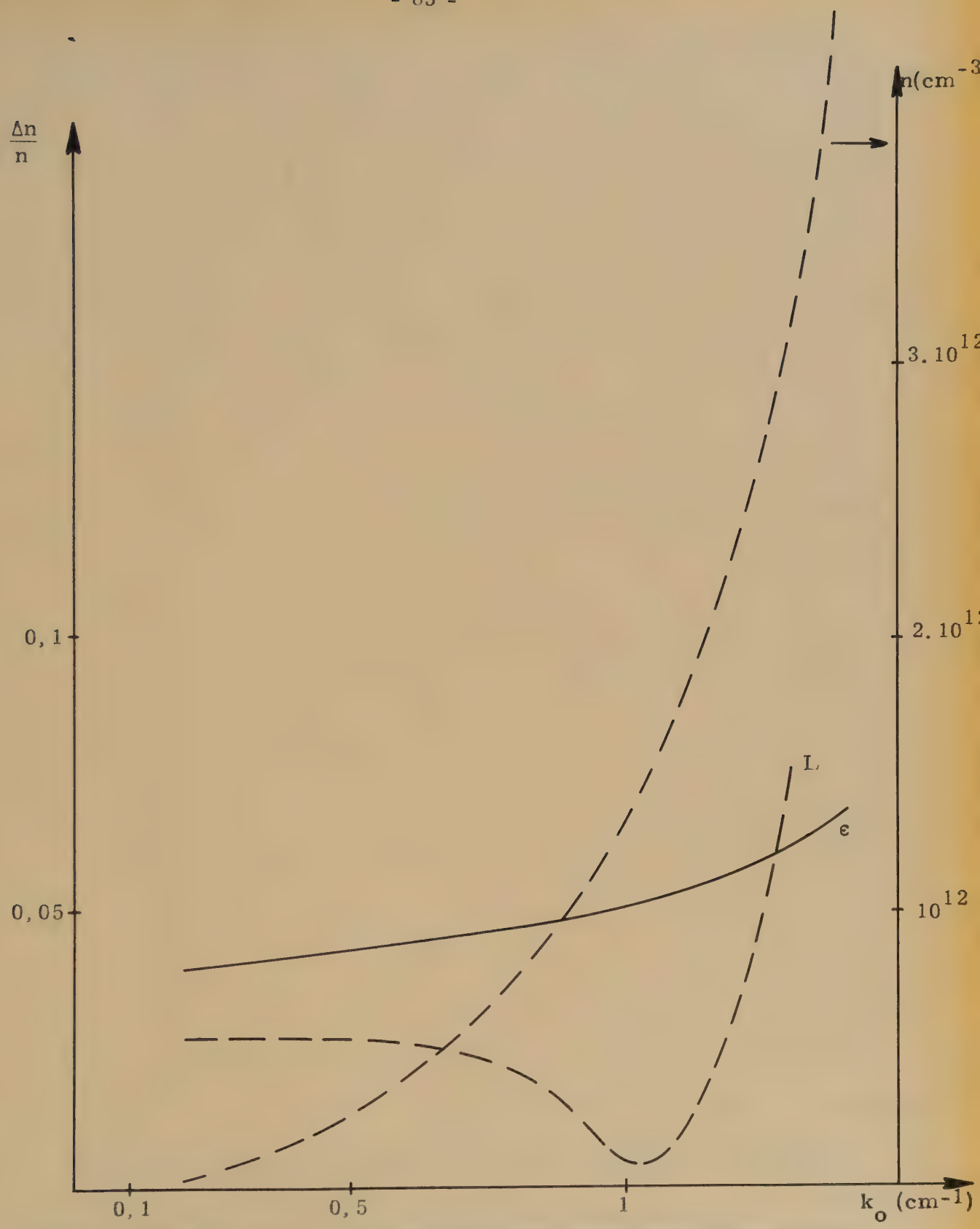


Fig. 5.9 - Influence de ϵ_v et de L sur la fréquence de résonance d'une cavité dipolaire

——— Δn/n pour une variation de ϵ_v de 10%

– – – Δn/n " " de L de 10%

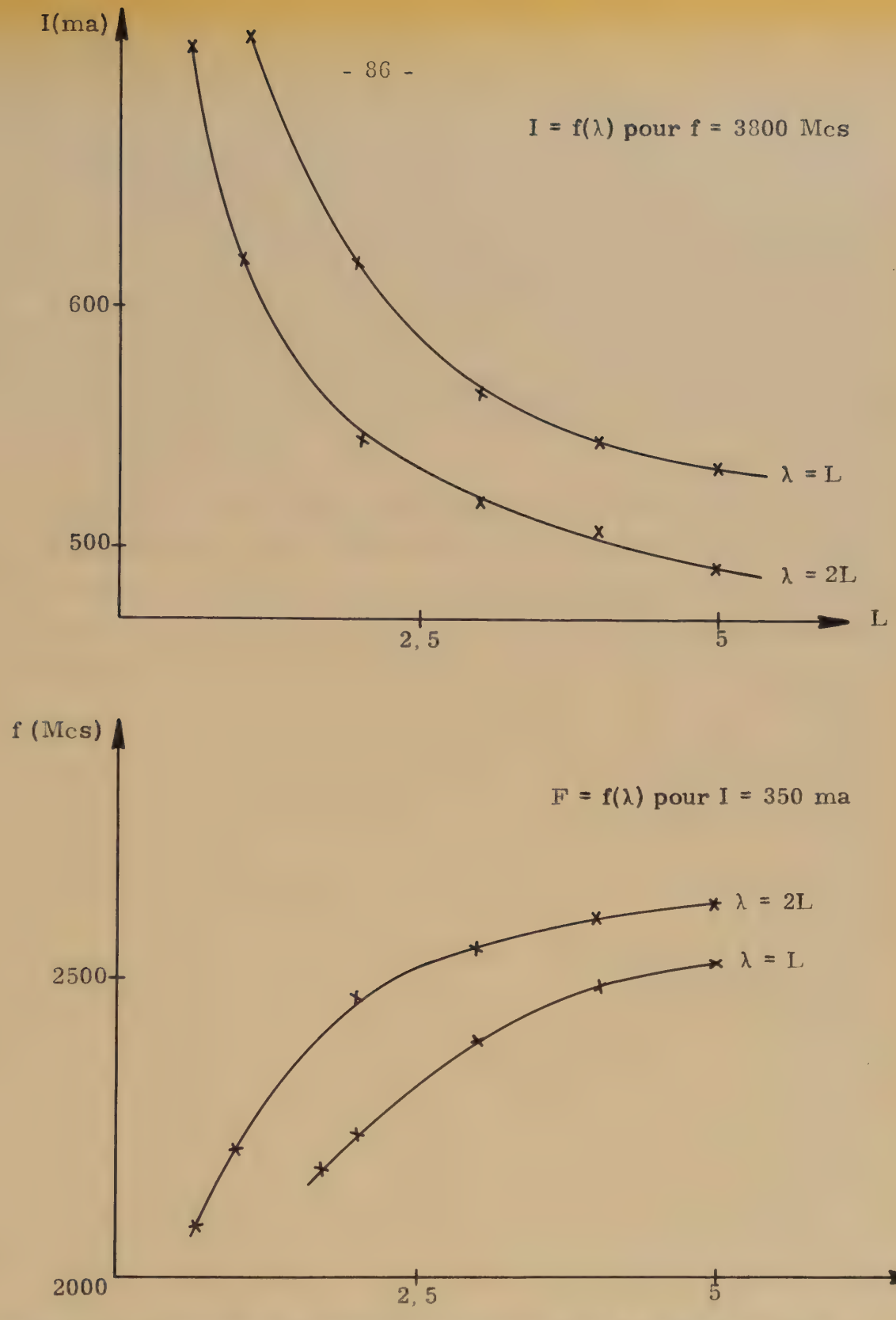
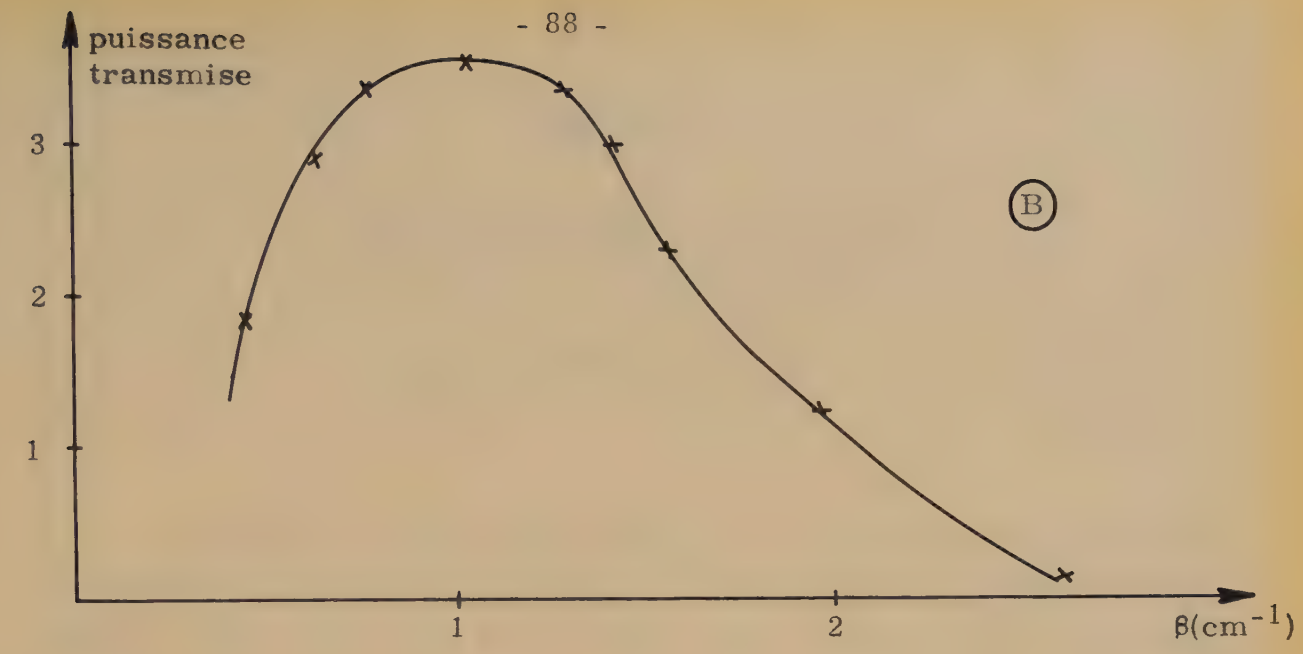


Fig. 5.10 - Courbes de dispersion pour un tube à césium avec une cavité de longueur variable
a = 0,4 cm b = 0,5 cm d = 2,05 cm

Nous avons pu également tracer une courbe de la puissance transmise en fonction de la longueur de la cavité ; nous obtenons des courbes très semblables à celles obtenues par GREGORY[21] qui a étudié l'atténuation du mode dipolaire (Fig. 5.11). La théorie simple que nous avons faite sur le facteur de qualité de la cavité n'est donc pas valable quelle que soit la longueur de cette dernière. Pour être très exacte, il faudrait tenir compte de la vitesse de groupe de l'onde mais néanmoins l'ordre de grandeur que nous avons trouvé est valable pour les cavités que nous avons utilisées.

En conclusion nous pensons que cette méthode de mesure peut être utilisée dans de nombreuses autres expériences : étude des modes $m = 0$ et $m = 2$, étude des courbes de dispersion avec champ magnétique, etc... ; mais nous allons voir maintenant qu'il faut être prudent dans les interprétations car le spectre de résonance d'une cavité est très complexe.



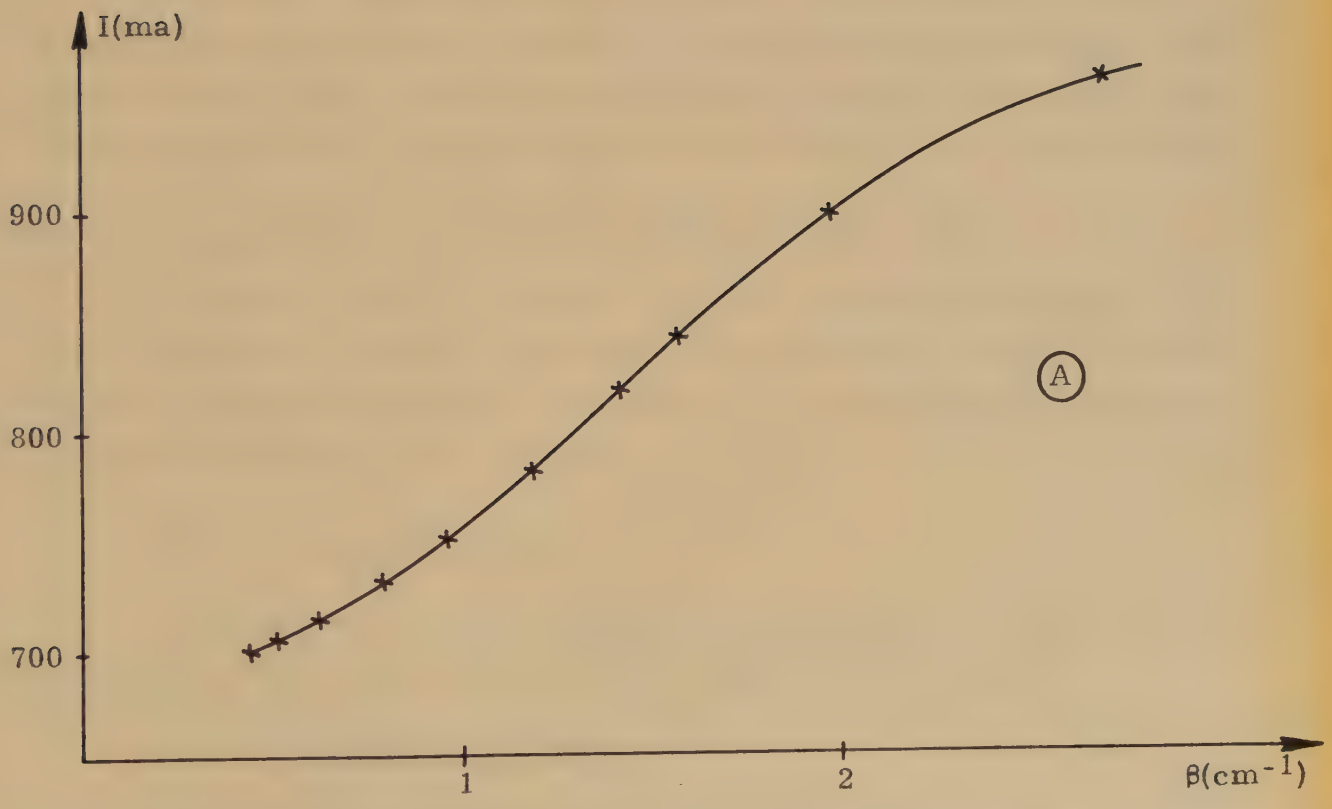


Fig. 5.11 - Puissance transmise avec une cavité variable
A) courbe de dispersion I - β
B) puissance transmise en fonction de β

CHAPITRE 6

SPECTRE DE RESONANCE D'UNE CAVITE

COUPLAGE ENTRE LES MODES

Pour faire une étude assez complète du mode dipolaire nous avons, dans les chapitres précédents, négligé toutes les autres solutions de l'équation de dispersion. Nous allons, dans cette dernière partie, essayer d'expliquer toutes les résonances d'une cavité remplie partiellement de plasma et nous donnerons ensuite l'allure du diagramme de BRILLOUIN pour un guide à plasma.

Deux cas, très différents se présentent à nous suivant qu'il y a ou non couplage entre les modes du guide et les modes de plasma. Nous allons étudier successivement ces deux possibilités en essayant de faire une synthèse de tous les résultats qui ont été publiés et que nous avons trouvés dans nos expériences.

6.1 - Pas de couplage entre les résonances de guide et de plasma

Lorsque la cavité qui entoure le plasma est suffisamment petite pour que sa fréquence de résonance la plus basse soit plus grande que les fréquences propres du plasma, nous pouvons considérer qu'il y a deux séries de résonances qui sont indépendantes l'une de l'autre.

6.1 a/- Les modes de guide

Dans ce cas les calculs classiques de perturbation sont valables et nous pouvons utiliser les résultats de S.C. BROWN[42] ou de AGDUR[43].

6.1 b/- Les modes de plasma

Nous les avons partiellement étudiés mais nous en reparlerons pour expliquer toutes les résonances que nous avons mises en évidence. Nous donnons

sur la figure (6.1) un diagramme donnant les résonances que l'on observe lorsque la cavité est excitée par une fréquence fixe et que le courant de décharge varie. Pour pouvoir identifier ces résonances nous avons utilisé le montage de la figure (6.1) : l'excitation de la cavité est produite par deux antennes à déphasage réglable ; lorsque les champs sont en phase sur ces deux antennes nous ne pouvons exciter que les modes pairs ($m = 0$, $m = 2$, etc...) tandis que s'ils sont en opposition de phase nous n'excitons que les modes impairs ($m = 1$, etc...). De plus, dans chaque groupe nous observons deux séries de résonances :

α) - les résonances du plasma froid

Notre théorie permet de les expliquer : nous pouvons facilement mettre en évidence trois modes, $m = 0$, $m = 1$, $m = 2$ (Cf. Fig. 6.1) ; nous ne parlerons pas des modes $m = 0$, qui ont été très étudiés, et $m = 1$ dont nous avons déjà donné les propriétés. Par contre nous avons, en utilisant une cavité variable, tracé une courbe de dispersion pour le mode $m = 2$ (Fig. 6.2) ; nous remarquons que pour les faibles longueurs d'onde ($\beta \to \infty$) les modes $m = 1$ et $m = 2$ sont confondus : ils ont même fréquence de résonance comme l'a montré BERS[2]. De plus nous pouvons dire que ce mode est également inverse mais que la bande passante est nettement plus faible que celle du mode dipolaire.

β) - Les résonances dues aux effets de la température des électrons.

La série de résonances que nous trouvons pour les faibles densités de plasma ont déjà fait l'objet de nombreuses études : elles sont connues sous le nom de résonances de DATTNER. Nous allons faire le point de ces travaux en parlant d'une part, des articles sur la diffusion d'une onde plane par un cylindre de plasma et d'autre part en essayant de faire la théorie de la propagation des ondes le long d'une colonne de plasma en tenant compte des effets de température non nulle des électrons.

- En 1957, DATTNER[32] a mis en évidence cette série de résonances en regardant la puissance transmise à travers un guide traversé par un tube à décharge perpendiculaire au champ électrique. En 1959, GOULD[34] étudiait la diffusion

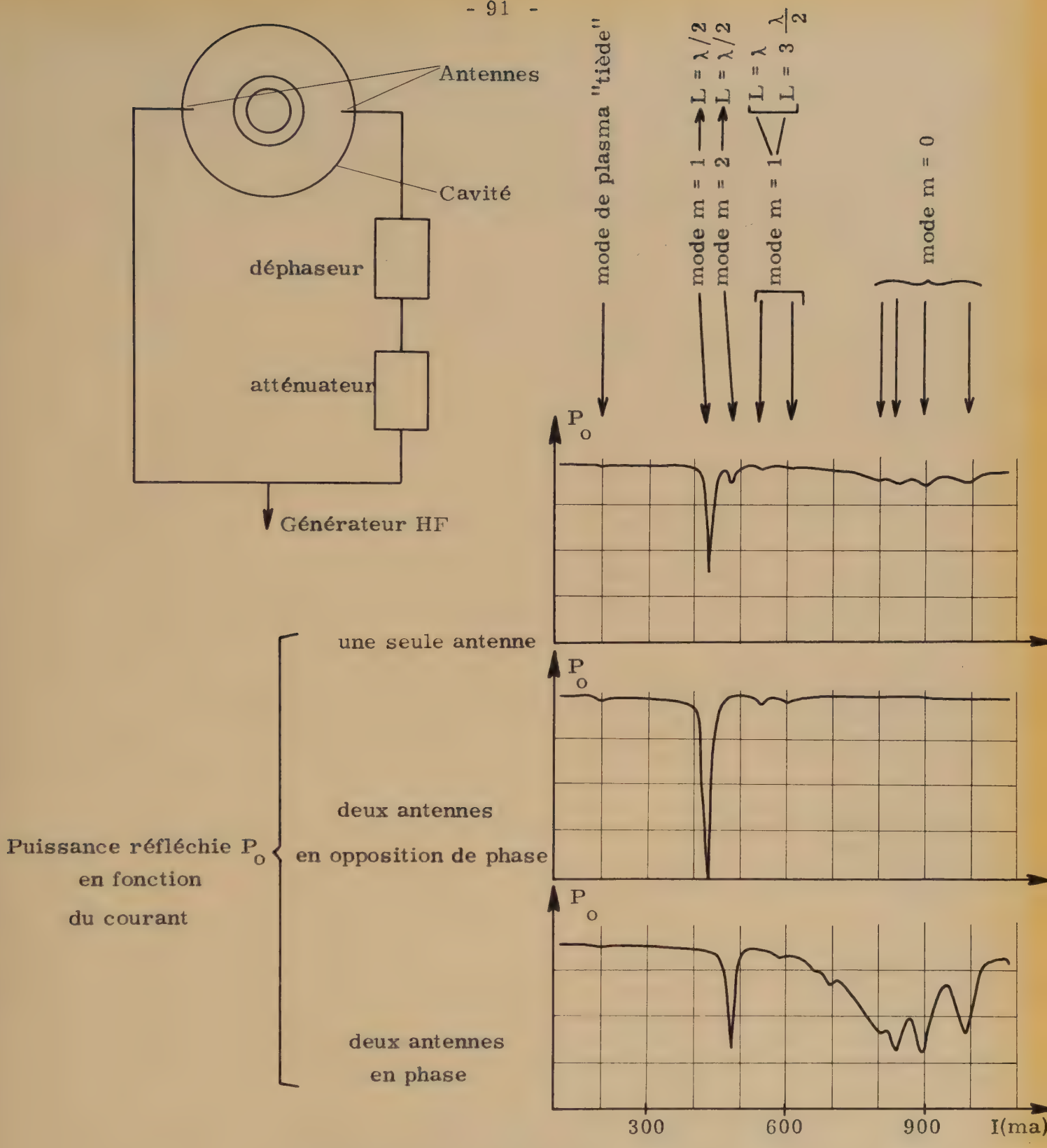


Fig. 6.1 : - Spectre de résonance d'une cavité

a = 0,5 cm, b = 0,625 cm, d = 2,4 cm, L = 2 cm.

f = 1560 Mcs

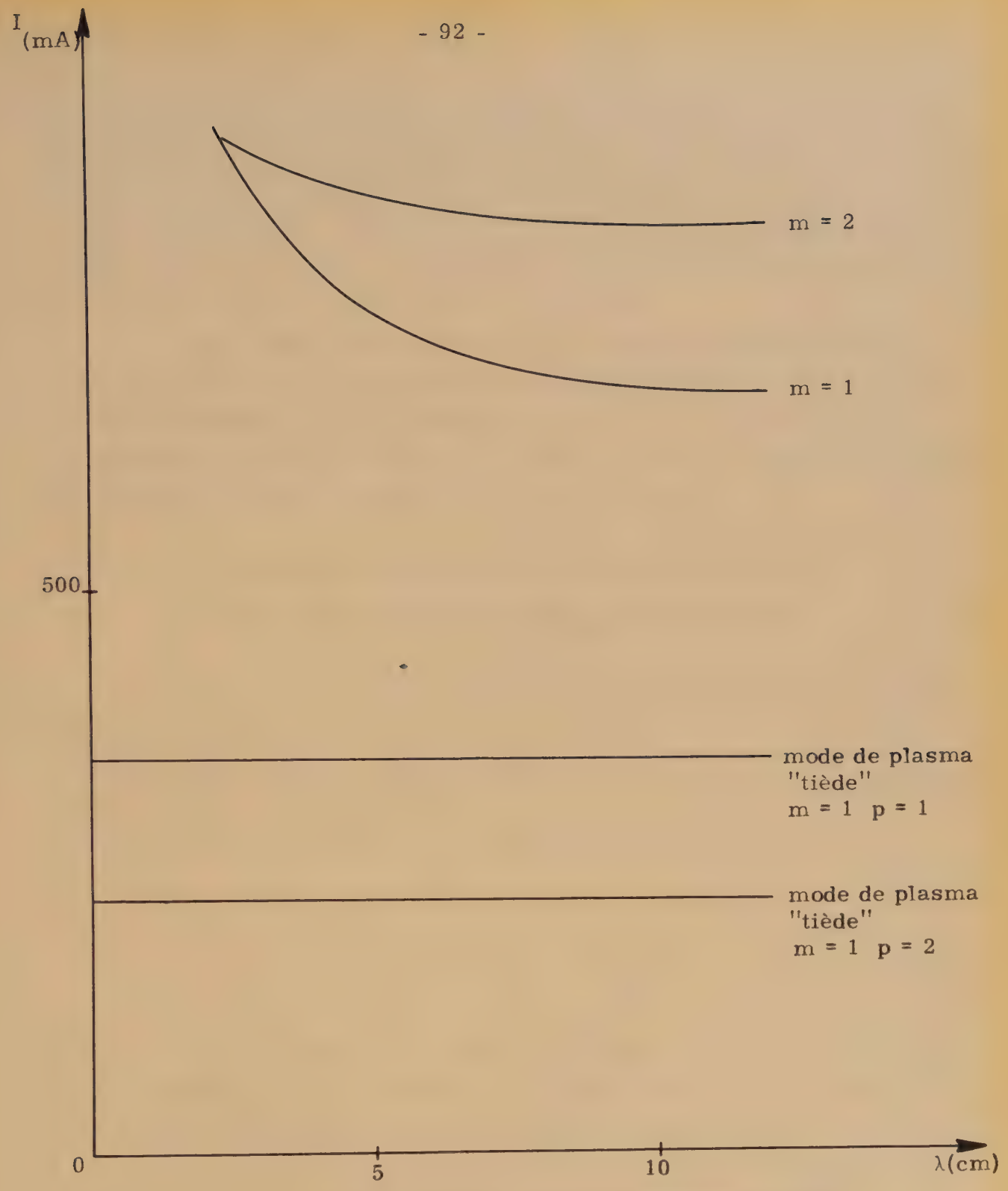


Fig. 6.2 - Courbes de dispersion : I (mA) en fonction de λ(cm)
modes : m = 1, m = 2, modes de plasma "tiède"
f = 2000 Mcs, a = 0,5 cm, b = 0,625 cm d = 2,05 cm

d'une onde plane par un cylindre de plasma en tenant compte des effets de la température électronique : cette théorie ne permettait qu'une comparaison qualitative et c'est seulement en tenant compte du gradient de densité qu'une comparaison quantitative a pu être faite. Il faut noter que ce calcul a été fait en supposant que l'approximation quasi-statique était valable, ce qui réduit son domaine d'application au domaine des basses fréquences ($f < 1500$ Mcs).

- Peu d'études ont été faites sur la propagation d'une onde dans un plasma limité en tenant compte des effets de la température. En nous aidant d'un article de DIAMENT et al.[33], nous allons essayer de faire une étude de ces modes mais nous ne pourrons pas faire une comparaison entre l'expérience et la théorie car nous négligerons les effets du gradient de densité.

6.1 c/- Equation de dispersion des modes ''de plasma tiède''

α) - Calcul du champ électromagnétique dans le plasma

Soit une colonne de plasma caractérisée par sa fréquence plasma (indépendante de r) et par sa température des électrons T_e, l'état du plasma lorsque l'on excite une fréquence ω, peut se décrire, dans le cadre de la théorie ''adiabatique'' simple, par deux équations : l'équation de conservation du nombre de particules et celle de conservation de la quantité de mouvement

$$n_o \nabla . \vec{v}_1 = i \omega \vec{n}_1 \qquad (6.1)$$

$$i \omega n_o m \vec{v}_1 = n_o e \vec{E}_1 + \gamma_e K T_e \nabla \vec{n}_1 \qquad (6.2)$$

où n_o, e, m sont la densité non perturbée, la charge et la masse de l'électron, $\vec{n}_1$, $\vec{v}_1$ la perturbation de la densité et la vitesse produite par le champ $\vec{E}_1 e^{j\omega t}$, K la constante de BOLTZMANN et γ_e la constante d'adiabaticité.

Le champ $\vec{E}_1$ doit également satisfaire aux équations de MAXWELL et nous devons avoir :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}_1) = k_o^2 \vec{E}_1 - \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{i \omega m}{e} \vec{v}_1 \qquad (6.3)$$

Il nous faut donc résoudre l'équation (6.3) en tenant compte de (6.1) et (6.2) pour connaître le champ $\vec{E}_1$ de plasma.

Nous pouvons introduire un champ fictif $\vec{E}_a$ équivalent au gradient de densité :

$$\vec{E}_a = \frac{\gamma_e KT}{en_o} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_p^2} \overrightarrow{\nabla n_1} \tag{6.4}$$

On a évidemment :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E}_a = 0 \tag{6.5}$$

Par suite en calculant $\vec{v}_1$ en fonction de $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_a$ avec l'équation (6.2), nous pouvons récrire l'équation (6.3) :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E}_1 = k_o^2 \ \varepsilon_p \ (\vec{E}_1 - \vec{E}_a) \tag{6.6}$$

En posant maintenant :

$$\vec{E}_1 - \vec{E}_a = \vec{E}_e \tag{6.7}$$

nous remarquerons que l'équation (6.6) est semblable à l'équation d'onde pour un plasma froid

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E}_e = k_o^2 \ \varepsilon_p \ \vec{E}_e \tag{6.8}$$

et par conséquent nous avons

$$\nabla \cdot \vec{E}_e = 0 \tag{6.9}$$

Nous avons donc décomposé [équation (6.7)] le champ électromagnétique $\vec{E}_1$ en un champ $\vec{E}_a$ dont le rotationnel est nul et un champ $\vec{E}_e$ dont la divergence est nulle.

L'équation (6.1) s'écrit alors :

$$\vec{\nabla} (\nabla \cdot \vec{E}_a) + k_o^2 \ \frac{\varepsilon_p}{\theta} \ \vec{E}_a = 0 \tag{6.10}$$

où $\theta = \dfrac{\gamma KT_e}{mc^2}$.

Il nous faut donc résoudre le système d'équations (6.8) et (6.10) pour connaître le champ $\vec{E}_1$. Ces équations sont identiques à celles qui ont été trouvées par DIAMENT et al.[33].

Pour une colonne cylindrique de plasma les solutions des équations (6.8) et (6.10) s'écrivent :

$$E_{za} = A_a I_m (\Gamma_a r)\, e^{jm\varphi} e^{\gamma z}$$

$$H_{za} = 0 \qquad \text{pour } \Gamma_a^2 > 0$$

ou

$$E_{za} = A_a J_m (p_a r)\, e^{jm\varphi} e^{\gamma z}$$

$$H_{za} = 0 \qquad \text{pour } \Gamma_a^2 = -p_a^2 < 0 \qquad (6.11)$$

avec

$$\boxed{\Gamma_a^2 = \beta^2 - k_o^2 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \frac{1}{\theta}} \qquad (6.12)$$

$$E_{ze} = A_e I_m (\Gamma_e r)\, e^{jm\varphi} e^{\gamma z}$$

$$H_{ze} = B_e I_m (\Gamma_e r)\, e^{jm\varphi} e^{\gamma z} \qquad \text{pour } \Gamma_e^2 > 0$$

ou

$$E_{ze} = A_e J_m (p_e r)\, e^{jm\varphi} e^{\gamma z}$$

$$H_{ze} = B_e J_m (p_e r)\, e^{jm\varphi} e^{\gamma z} \qquad \text{pour } \Gamma_e^2 = -p_e^2 < 0 \qquad (6.13)$$

avec

$$\boxed{\Gamma_e^2 = \beta^2 - k_o^2 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)} \qquad (6.14)$$

Un régionnement dans le plan $k_o^2 - \beta^2$ permet d'établir un classement des ondes ; pour simplifier nous négligerons le verre (guide partiellement rempli de plasma) et comme précédemment nous avons tracé les courbes $\Gamma_a^2 = 0$, $\Gamma_e^2 = 0$ et $T^2 = 0$ (Fig. 6.3). Nous remarquons que nous avons 5 régions et par suite 5 formes pour l'équation de dispersion :

- dans les régions 1 et 2 le champ électrique dans le plasma E_1 est la somme de deux champs croissant radialement.

- dans les régions 3 et 4 il est la composition d'un champ croissant radialement E_e et d'un champ oscillant E_a

- dans la région 5, E_1 est la somme de deux champs oscillants.

β) Equation de dispersion d'une structure simple

Pour obtenir l'équation de dispersion, nous devons appliquer les conditions aux limites :

- continuité des champs longitudinaux (comme précédemment)

- vitesse normale des électrons nulle sur la paroi(*), soit :

$$\vec{n} \cdot \vec{E}_e + \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \vec{n} \cdot \vec{E}_a = 0 \qquad (6.15)$$

A titre d'exemple nous avons écrit dans le tableau 6.1, le déterminant donnant l'équation de dispersion pour une région du plan $k_o^2 - \beta^2$ (région 1). Ce tableau nous permet de dire que :

- les modes à symétrie axiale ($m = 0$) sont soit E soit H ; on vérifie que tous les modes de plasma sont E et que l'équation de dispersion des modes H est identique à celle des plasmas froids.

(*) Ces conditions, que DIAMENT et al.[33] ont également utilisée ainsi que de nombreux auteurs[34bis],(40),(41), peut paraître inexacte surtout dans le cas où le plasma n'est pas limité par des parois rigides. Néanmoins en première approximation elle est sans doute valable, surtout que nous ne cherchons pas à faire une comparaison théorie-expérience mais seulement à montrer l'existence des modes de ''plasma tiède''.

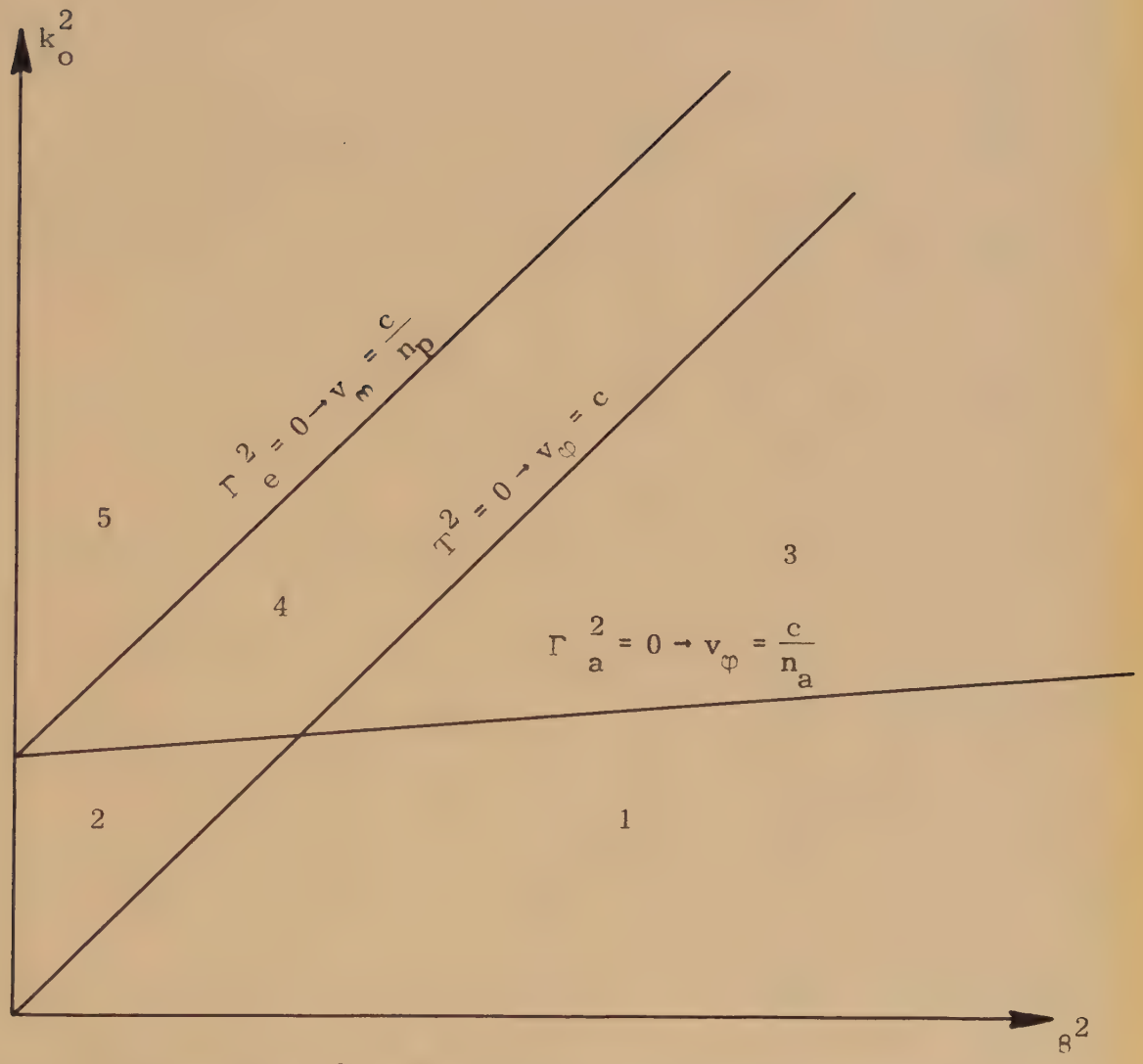


Fig. 6.3 - Diagramme $k_o^2 - \beta^2$ montrant les diverses solutions possibles des équations 6.5 et 6.6

$n_a = \left(\frac{\varepsilon_p}{\varrho}\right)^{1/2}$ est l'indice du mode acoustique.

Tableau 6.1 - équation de dispersion

variables / continuité de	A_a	A_e	c	B_e	D
v_n en a	$-\frac{\omega^2}{\omega_p^2}\frac{\Gamma_a}{\gamma} I_m(\Gamma_a a)$	$-\frac{\gamma}{\Gamma_e} I'_m(\Gamma_e a)$	0	$-\frac{m}{a}\frac{k_o}{\Gamma_e^2} I_m(\Gamma_e a)$	0
E_z en a	$I_m(\Gamma_a a)$	$I_m(\Gamma_e a)$	$-G_{mm}(Ta, Td)$	0	0
H_φ en a	0	$-\frac{k_o}{\Gamma_e}\epsilon_p I'_m(\Gamma_e a)$	$\frac{k_o}{T}\epsilon_v G_{m'm}(Ta, Td)$	$\frac{m}{a}\frac{\gamma}{\Gamma_e^2} I_m(\Gamma_e a)$	$-\frac{m}{a}\frac{\gamma}{T^2} G_{mm}(Ta, Td)$
E_φ en a	$-\frac{m}{a}\frac{1}{\gamma} I_m(\Gamma_e a)$	$\frac{m}{a}\frac{\gamma}{\Gamma_a^2} I_m(\Gamma_e a)$	$-\frac{m}{a}\frac{\gamma}{T^2} G_{mm}(Ta, Td)$	$\frac{k_o}{\Gamma_e} I'_m(\Gamma_e a)$	$\frac{k_o}{T} G_{m'm'}(Ta, Td)$
H_z en a	0	0	0	$I_m(\Gamma_e a)$	$-G_{mm'}(Ta, Td)$

- les modes $m \neq 0$ sont tous hybrides comme précédemment.

De plus, en utilisant les résultats de DIAMENT, nous pouvons noter également que :

- dans les régions 1 et 2 nous n'avons qu'une seule solution de l'équation pour chaque valeur de m : ce sont les modes que nous avons étudiés précédemment et dont la courbe de dispersion n'est déformée que pour les grandes valeurs de β .

- dans les régions 3, 4, 5, nous avons une infinité de solutions : ce sont des modes de ''plasma tiède''.

γ) - Etude expérimentale des modes de ''plasma tiède''

Nous avons pu mettre en évidence les modes de ''plasma tiède'' en utilisant une cavité (Fig. 6.4 et 6.5).

Les résonances observées se classent en une série représentée sur les figures par les indices p = 1, p = 2 ... ; elles correspondent à l'infinité de solutions de l'équation de dispersion. De nombreux auteurs les ont observées[41],[32],[34],[37] par des méthodes différentes (plasma dans un guide) mais les résultats que nous avons obtenus sont identiques. Pour illustrer ceci nous avons tracé :

- les fréquences de résonance de la cavité en fonction de la densité (Fig. 6.4)

- la courbe de dispersion pour les deux premiers modes de ''plasma tiède'' (Fig. 6.2)

En réalité la structure du pic de résonance est complexe ; en utilisant une cavité à deux antennes nous avons pu mettre en évidence la structure fine de la résonance qui dépend du nombre d'onde azimutal m = 0, m = 1 , m = 2:

- dans le cas où les deux antennes sont en phase nous obtenons sur les oscillogrammes (Fig. 6.5) deux résonances proches l'une de l'autre pour chaque valeur de p ; ce sont des modes pairs : m = 0 et m = 2.

- dans le cas où les deux antennes sont en opposition de phase nous obtenons un seul pic : mode m = 1.

En conclusion, nous pouvons dire qu'une cavité de petites dimensions possèdent une infinité de résonances pour chaque valeur du nombre azimutal m .

Nous allons maintenant regarder le spectre de résonance d'une cavité remplie de plasma lorsque les fréquences respectives des modes du guide et des modes de plasma sont du même ordre de grandeur.

6.2 - Couplage entre les résonances de ''guide'' et celles de ''plasma''

Lorsque la fréquence de la cavité vide est du même ordre de grandeur que celle du plasma, nous pouvons avoir des couplages entre les modes de plasma ''tiède'' dont nous venons de parler et les modes de ''guide'' ; pour bien comprendre ces phénomènes il nous faut tout d'abord étudier les résonances d'une cavité contenant un plasma en supposant que ce dernier est froid ($T_e = 0$).

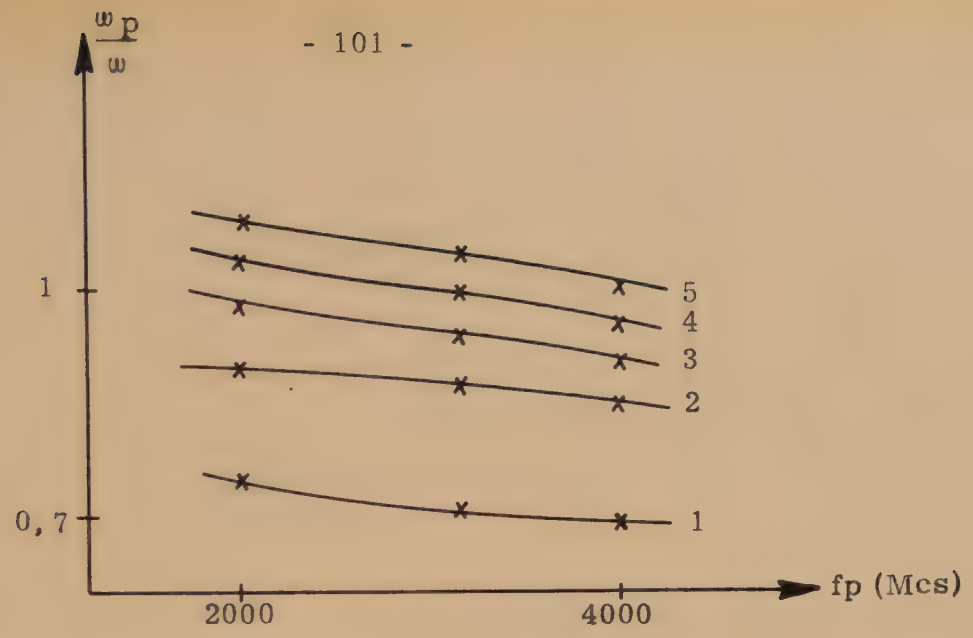
6.2 a/- Plasmas froids

Dès 1948, S.E. BROWN et al.[42] ont introduit la méthode de la cavité pour mesurer la densité d'un plasma ; le principe en est extrêmement simple : le plasma est introduit dans une cavité et l'on mesure le décalage en fréquence de la résonance de la cavité ainsi que la variation du facteur de surtension Q ; ces deux mesures peuvent être facilement reliées aux paramètres du plasma, densité et fréquence de collision, en utilisant une théorie de perturbation :

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right) + 2j\Delta\left(\frac{1}{Q}\right) = - \frac{1}{2j\varepsilon_o\omega} \frac{\int \sigma E_o^2 \, dv}{\int E_o^2 \, dv}$$

où σ est la conductivité complexe du plasma et E_o le champ électrique en l'absence de plasma ; la partie réelle de cette équation donne le décalage en fréquence et la partie imaginaire la variation de $\frac{1}{Q}$.

Cette méthode très simple ($\Delta\omega$ proportionnelle à la densité) n'est malheureusement pas valable pour les densités telles que $\omega_p \geq \omega_{res}$, sauf peut-être pour certaines configurations spéciales de champ électrique dans la cavité (le mode H_{oll} par exemple).



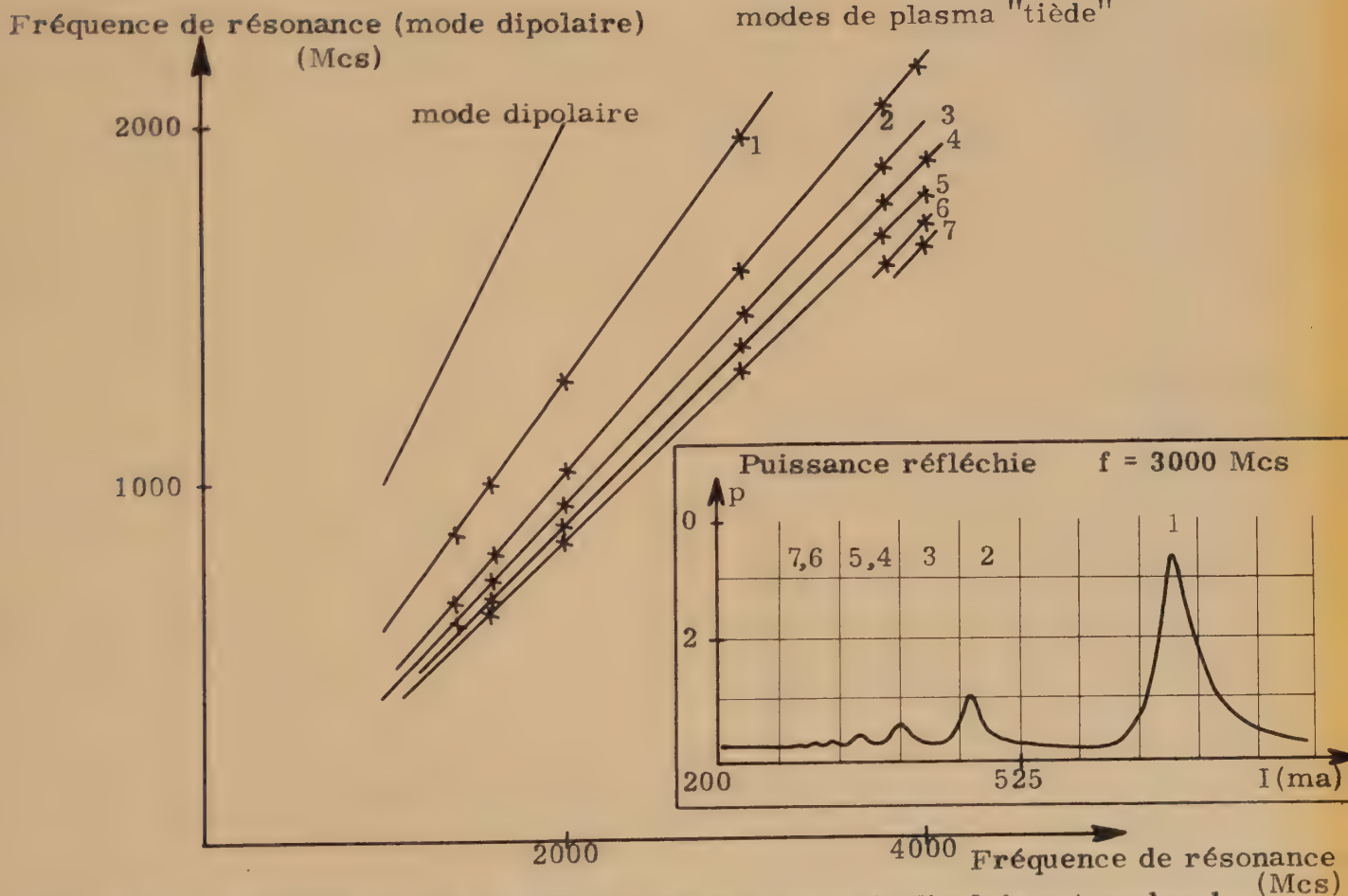


Fig. 6.4 : - Fréquences de résonance d'une cavité mode dipolaire et modes de plasma "tiède" (m = 1).

a = 0,4 cm, b = 0,5 cm, d = 2,4 cm, L = 4 cm

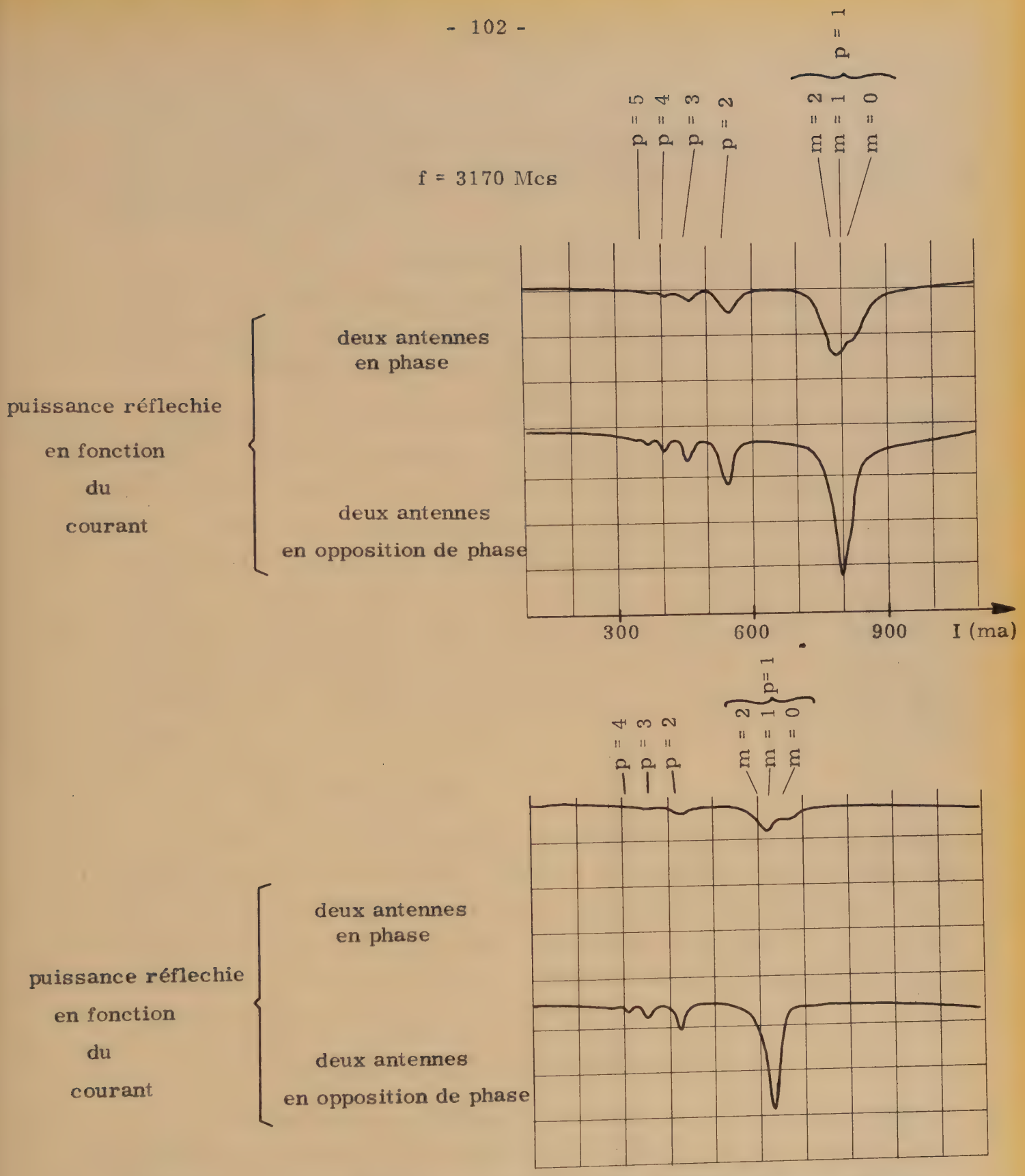


Fig. 6.5 : - Spectre de résonance d'une cavité : modes de plasma "tiède"

a = 0,5, b = 0,625, d = 2,4, L = 2

Depuis quelques années, un certain nombre d'articles ont paru qui permettent d'étendre cette méthode de mesure aux plasmas denses ; nous ne citerons ici que deux d'entre eux :

- celui de S.J. BUCHSBAUM et al.[44],[45] qui pour une cavité et un rayon de plasma donné étudient de façon systématique les divers modes et comparent les courbes obtenues par une méthode exacte (recherche d'une solution exacte des équations de MAXWELL) et par la méthode de perturbation.

- celui de B. AGDUR et ENANDER[43] qui étudient pour certains modes particuliers l'influence du rapport des rayons du plasma et de la cavité ; cela leur permet de voir dans quel cas la relation entre Δf et ω_p^2 est linéaire.

Nous allons compléter ces deux études en essayant d'expliquer physiquement le genre de diagramme que nous obtenons en résolvant l'équation de dispersion établie au chapitre 2 (Tableau 2.2). Pour commencer nous donnons les fréquences de résonance pour les principaux modes d'une cavité de longueur donnée, en fonction de la densité du plasma (Fig. 6.6 a) ; comme nous pouvons le voir ce diagramme est assez complexe et nous pensons qu'il est nécessaire de classer les diverses séries de résonances :

α) Les modes de plasma

Sur la figure 6.6 a, ce sont les deux modes H_{001} et HE_{101} dont la fréquence de résonance tend vers zéro lorsque ω_p tend vers zéro. Nous les avons étudiés précédemment et nous ne ferons que la remarque suivante : la fréquence de résonance du mode dipolaire HE_{101} devient indépendante de la densité lorsque ω_p est assez grand et la courbe est asymptote à une horizontale : la fréquence de résonance tend vers celle du mode H_{111} de la cavité vide.

β) Les modes de guide à symétrie axiale (m = 0)

Ces résonances sont fréquemment utilisées pour les mesures de densité. Les courbes de dispersion (en pointillé sur la figure 6.6 a) font apparaître des variations lentes et régulières en fonction de ω_p. Du point de vue de la sensibilité de la fréquence de résonance aux variations de ω_p les modes se classent dans l'ordre suivant :

- les modes H qui ne sont presque pas perturbés

- le mode E_{011} qui est peu perturbé (ce qui justifie son utilisation pour les mesures de plasmas denses)

- les autres modes E qui sont nettement plus perturbés.

γ) Les modes de guide : n = 1

Les fréquences de ces modes sont très perturbées par le plasma ; en étudiant le diagramme de la figure 6.6 a, il apparaît que l'on peut décrire la courbe de résonance des modes dipolaires en disant ceci : il y a couplage entre les modes de guide de la cavité vide et le mode de plasma dipolaire ; en effet si nous traçons (Fig. 6.6 b) la droite qui est tangente à la courbe de résonance du mode dipolaire à l'origine (c'est la courbe que nous obtenons en utilisant l'approximation quasi-statique) ainsi que les droites horizontales ayant pour ordonnées les fréquences de résonance de la cavité vide, nous obtenons les courbes de résonance de la cavité avec plasma, en supposant qu'il y a couplage quand les courbes se coupent : les modes hybrides qui en résultent (HE_{101}, HE_{111}, ...) sont tracés en trait interrompu sur la figure ; la fréquence de résonance du mode hybride HE_{101} tend vers celle du mode H_{111} (à vide), celle du mode HE_{111} vers celle du mode E_{111} (à vide) et ainsi de suite.

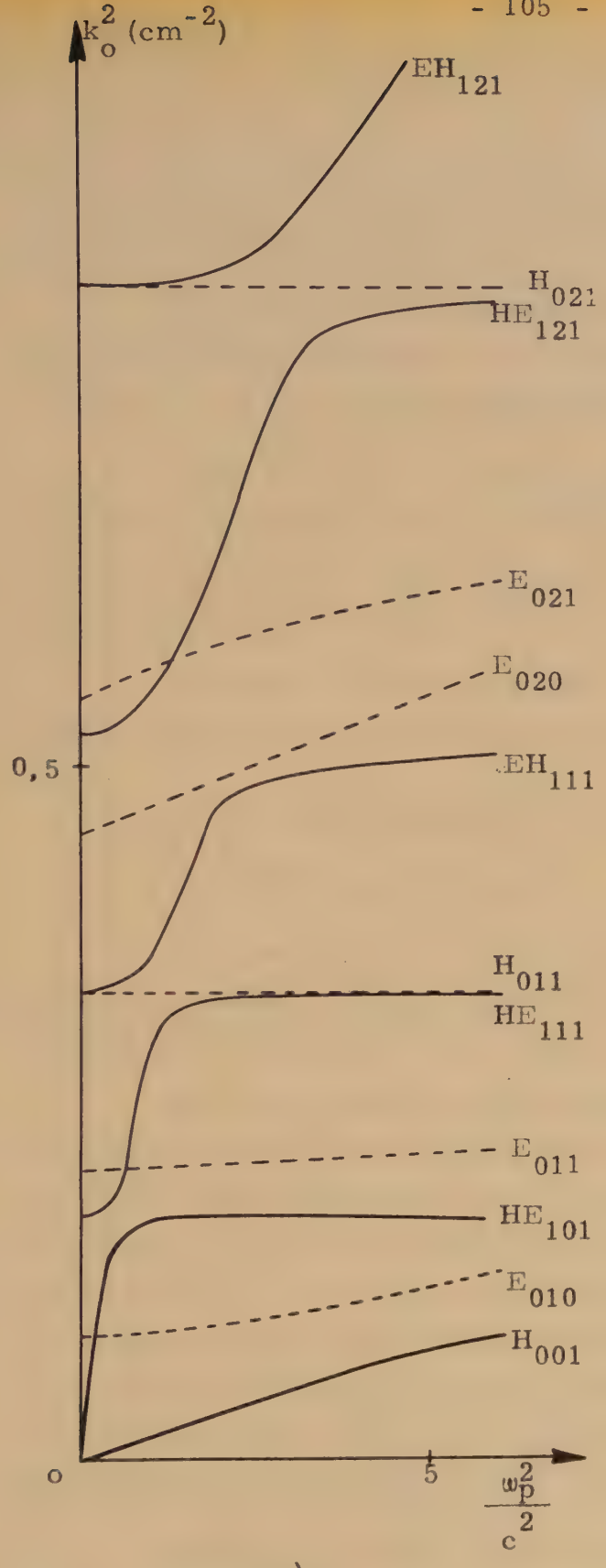
La droite qui est tangente à la courbe du mode dipolaire à l'origine a une pente qui est fonction de tous les paramètres (a, b, d, ε_v) ; nous ne l'avons pas étudiée en détail mais elle s'obtient facilement si nous connaissons une courbe de dispersion $\omega - \beta$ pour une faible valeur de ω_p. L'étude précédente de ce mode (Cf. Chapitre 3) nous permet de dire que :

- pour β tendant vers l'infini, c'est-à-dire pour une cavité infiniment petite la pente est donnée par

$$\varepsilon_p = - \varepsilon_v$$

soit

$$\frac{\omega^2}{\omega_p^2} = \frac{1}{1 + \varepsilon_v}$$



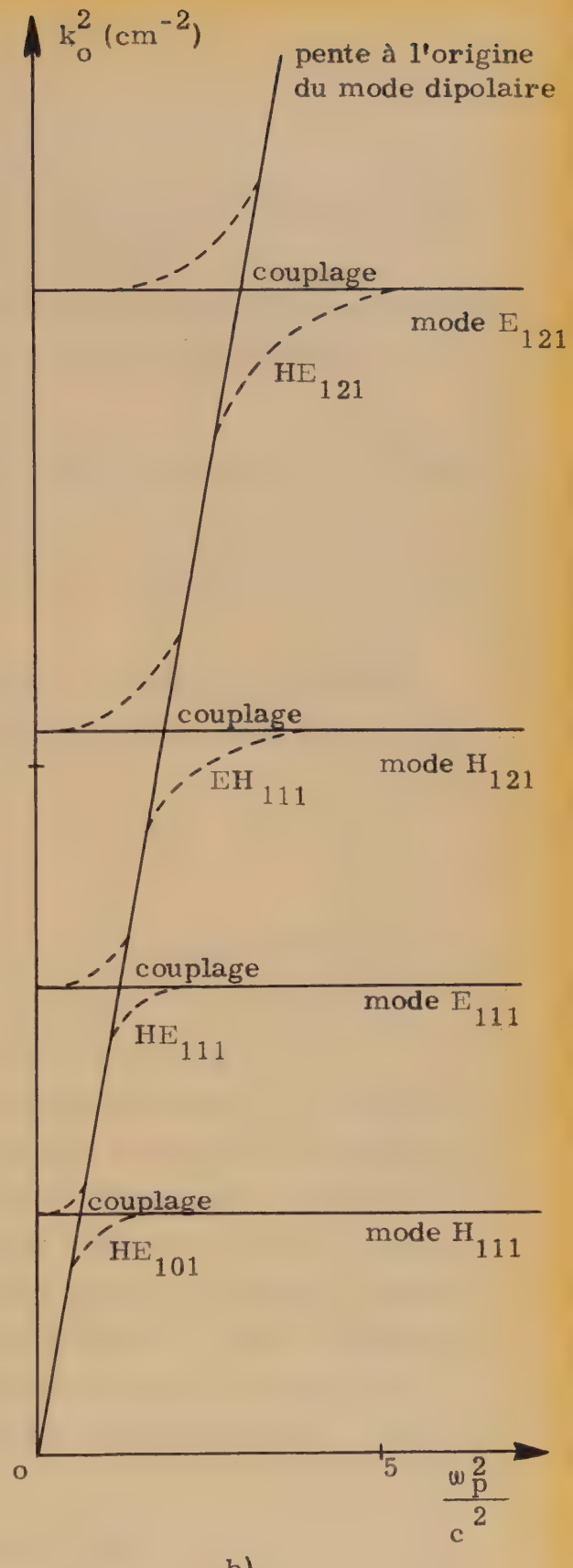


Fig. 6.6 : a) Fréquence de résonance d'une cavité : a = 0,4 cm, b = 0,5 cm, d = 8 cm

b) Explication du couplage : modes E ou H_{1n1} le mode dipolaire

- lorsque β décroît cette pente croît jusqu'à une certaine valeur dépendant principalement de l'épaisseur du verre, puis décroît.

Pour illustrer ceci, nous avons tracé différentes séries de courbes donnant la fréquence de résonance d'une cavité sur les modes dipolaires (Fig. 6.7, 6.8 et 6.9) ; on voit sur ces figures que :

- plus le diamètre du plasma est grand plus la variation de la fréquence de résonance est lente lorsque ω_p croît (Fig. 6.7)

- il en est de même lorsque la constante diélectrique ε_v du verre entourant le plasma croît (Fig. 6.8)

- lorsque la longueur de la cavité varie le changement de pente des courbes donnant la fréquence de résonance est également assez nette (Fig. 6.9).

6.2 b/- Plasmas ''tièdes''

α) Modes HE_{111} et EH_{111}

Les résultats de l'étude expérimentale des fréquences de résonance des modes HE_{111} et EH_{111} sont représentés sur la figure 6.10 a : il existe toute une série de modes de plasma ''tiède'' couplés aux deux résonances de la cavité.

Pour interpréter ces résultats (des courbes semblables ont été également obtenues par AGDUR[43] mais n'ont pas été expliqués), nous avons, en utilisant une petite cavité pour laquelle les modes de plasma et les modes de guide sont bien découplés, tracé les courbes de résonances de plasma ''tiède'' (Fig. 6.10 b) sur la même figure les fréquences de résonance des modes HE_{111} et EH_{111} données par la théorie des plasmas froids sont également tracées. La courbe obtenue expérimentalement peut alors se décrire par un couplage à chaque intersection des courbes. Nous avons un couplage entre les modes des plasmas froids HE_{111} et EH_{111} et les modes de plasma ''tiède'' .

La figure 6.11 montre, à titre d'exemple, quelques oscillogrammes qui mettent en évidence ces couplages ; on y voit comment varie le facteur de surtension des diverses résonances : il est sensiblement maximum lorsque $\Delta i/\Delta\omega$ est maximum (i étant le courant de décharge).

Nous pouvons en utilisant ces résultats suggérer, pour le mode m = 1, la forme probable du diagramme de BRILLOUIN d'un guide à plasma (Fig. 6.12). Une étude est en cours en utilisant une cavité de longueur variable ; elle permettra d'en faire le tracé exact.

β) Mode à symétrie axiale

Etant donné qu'il existe des modes de plasma ''tiède'' également lorsque m = 0, il semble normal qu'il puisse exister des couplages entre ces modes et les modes de guide m = 0.

Mais comme les modes de plasma ''tiède'' sont des ondes E il ne peut y avoir de couplage qu'avec les ondes E du guide.

Nous avons pu mettre en évidence un couplage avec les modes E_{010}, E_{020} et E_{011} ; les figures 6.13 et 6.14 donnent quelques oscillogrammes que nous avons observés mais aucune courbe n'a pu être tracée car le couplage est très serré (moins de 1 Mcs entre deux pics)

- Pour le mode E_{011} la figure 6.13 montre pour des valeurs très rapprochées de la fréquence, les oscillogrammes de résonance ; nous distinguons très facilement les deux pics de résonance.

- Pour le mode E_{020} divers oscillogrammes sont donnés sur la figure 6.14 : tout d'abord l'enveloppe des résonances (Fig. 6.14 a) lorsque la cavité est excitée par une fréquence variable et que le courant est modulé ; cela nous permet de voir la variation du coefficient de transmission de la cavité. Les autres oscillogrammes (6.14 b, c, d et e) nous montrent le pic de résonance pour diverses fréquences. On remarque que la surtension de la cavité varie rapidement lorsque la fréquence de résonance est voisine d'une des résonances de plasma ''tiède''. Ce couplage est moins net que précédemment mais en regardant l'évolution de la résonance, nous avons pu voir deux pics distincts.

- Pour les modes H_{0np} aucun couplage n'a pu être observé

Cette étude de couplage entre les modes est très importante car la méthode de résonance d'une cavité est très utilisée pour faire des mesures dans les

plasmas. Les couplages peuvent perturber les mesures et en particulier pour les mesures de la variation du facteur de surtension il faut prendre quelques précautions.

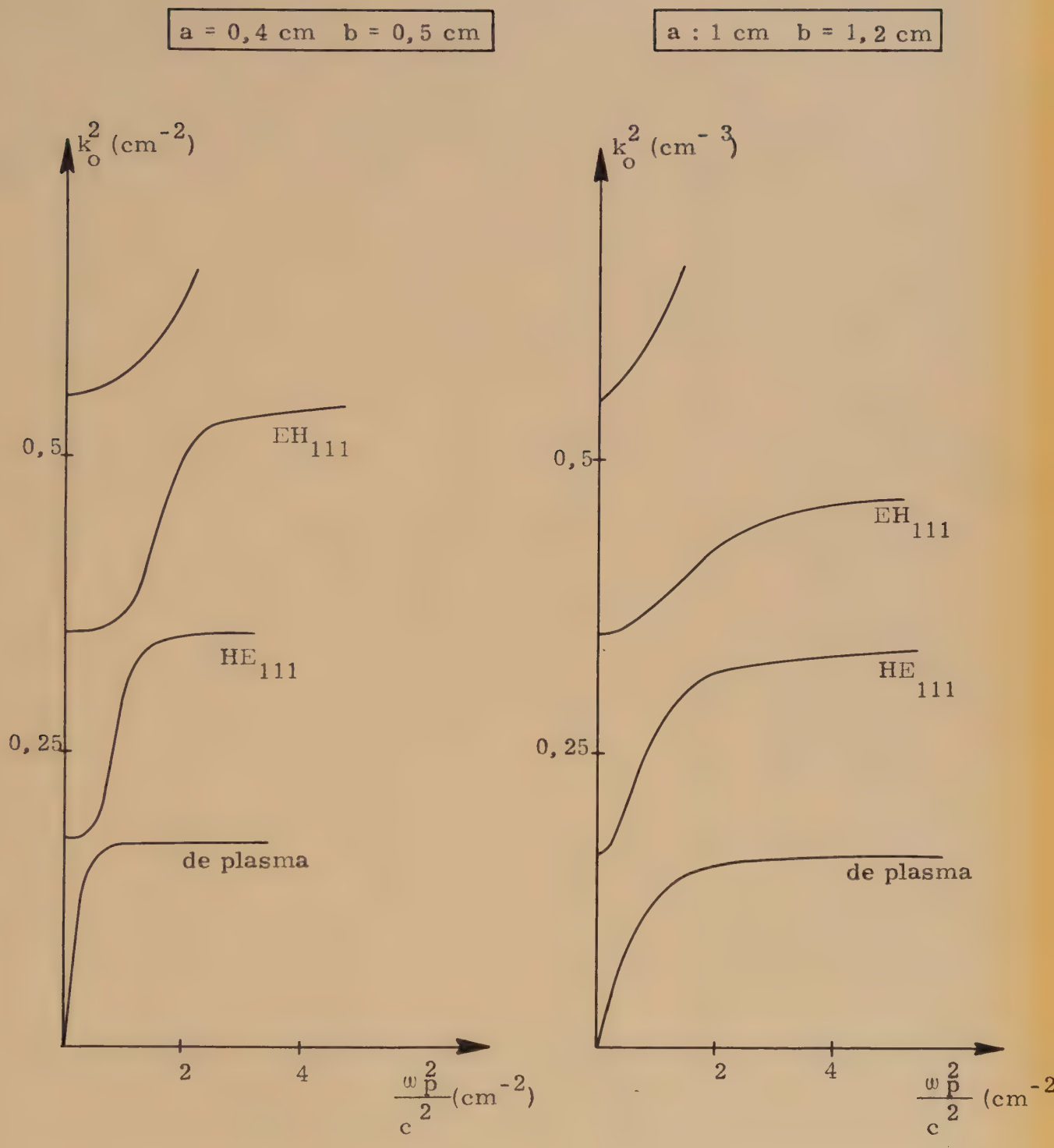
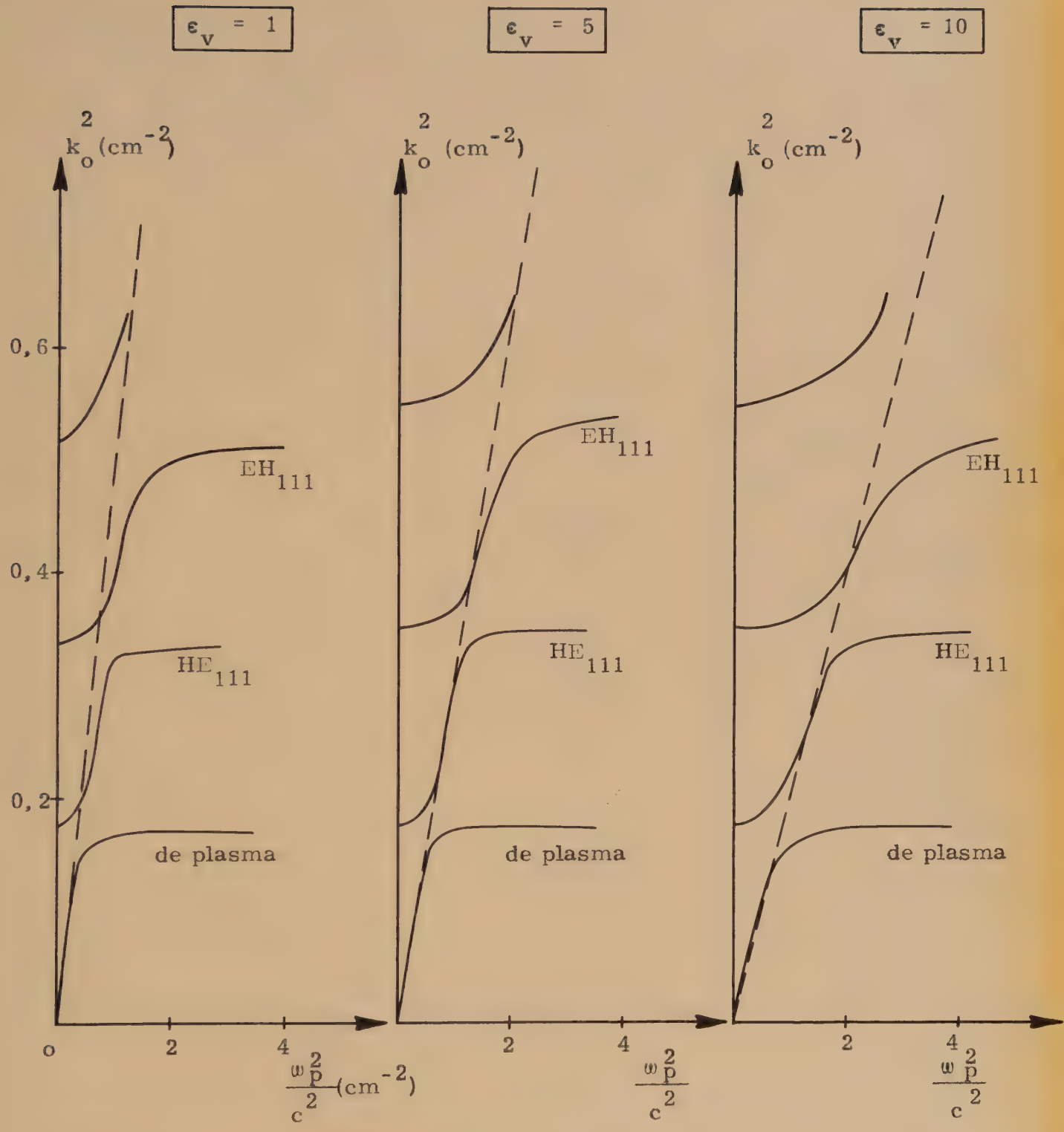


Fig. 6.7 : Courbes des fréquences de résonance d'une cavité (m =1)

ε_v = 5, d = 8 cm, L = 8,8 cm, paramètres : a, b.



Fifg. 6.8 : Courbes des fréquences de résonance d'une cavité (m =1)

a = 0,4 cm, b = 0,5 cm, d = 8 cm, L = 8,8 cm, paramètre = ε_v

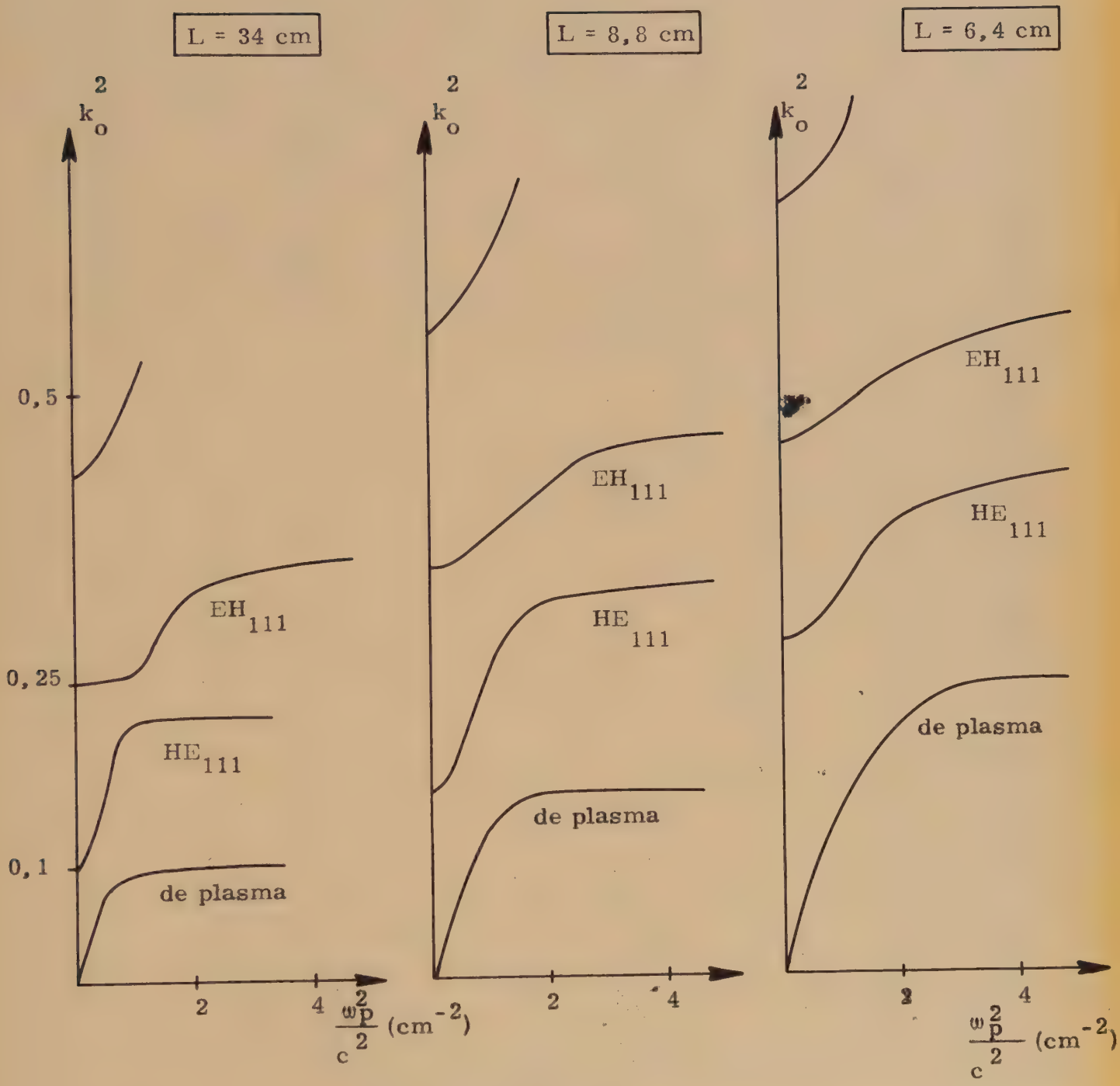


Fig. 6.9 : Courbes des fréquences de résonance d'une cavité (m = 1) : influence de la longueur .

ε_v = 5 , a = 1 cm, b = 1,2 cm, d = 8 cm, paramètre : L

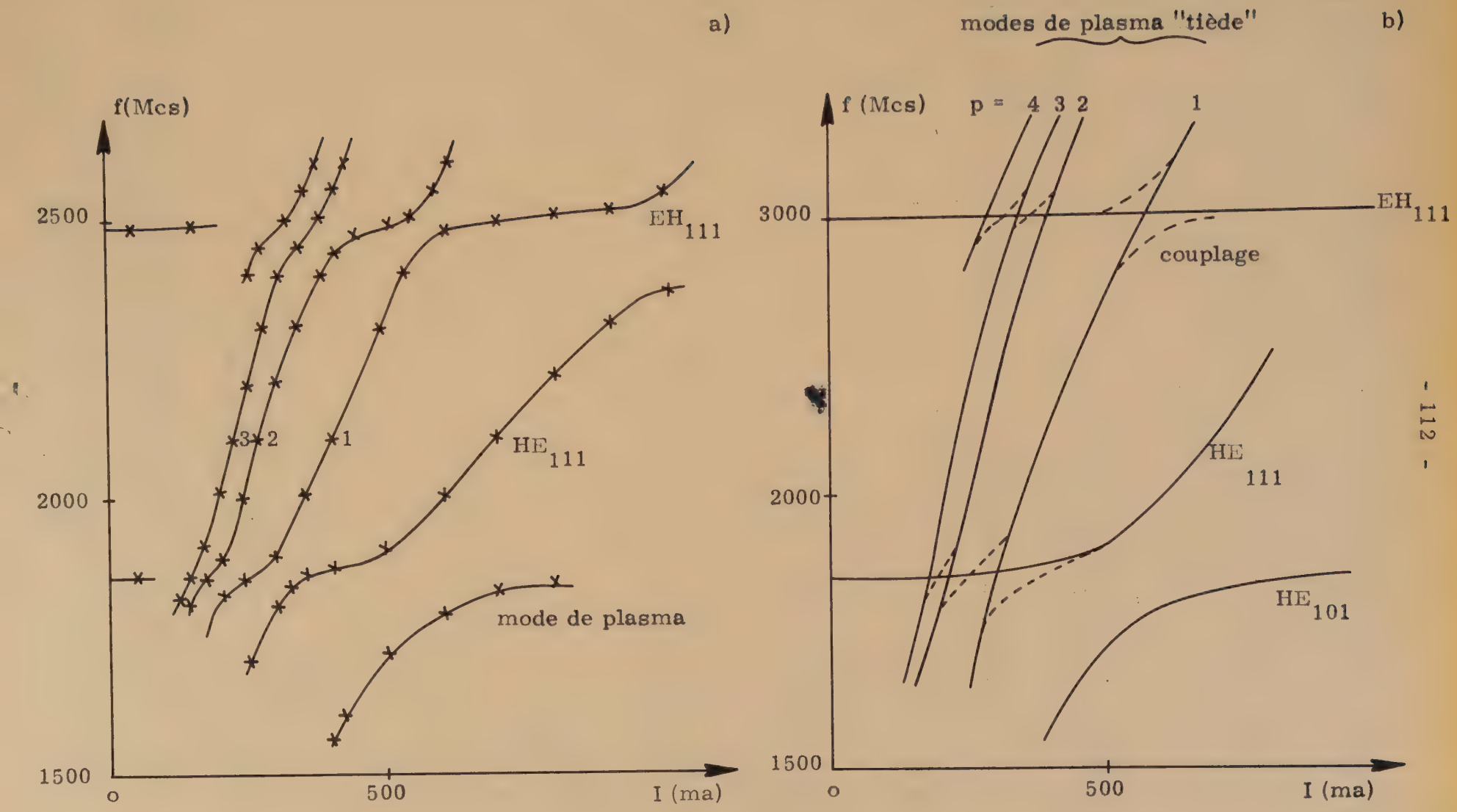
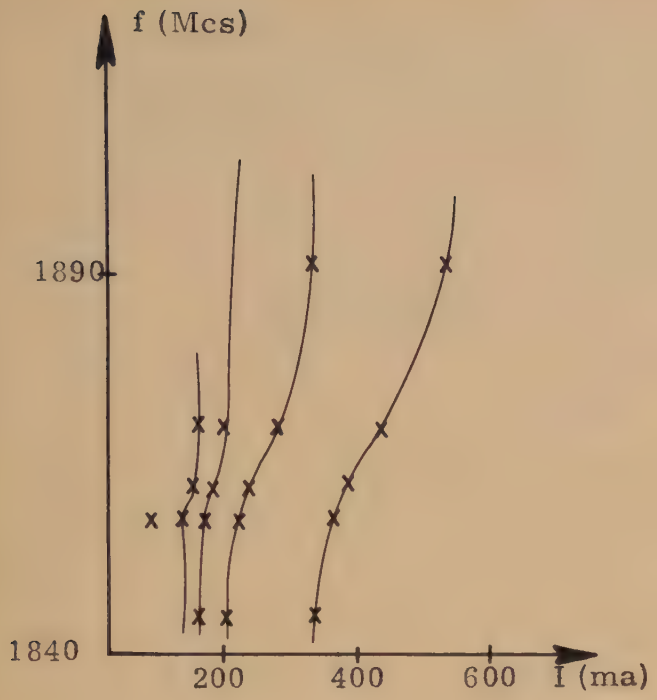


Fig. 6.10 : Couplage des résonances de plasma "tiède" avec les modes hybrides de plasma froid
a = 0,5 cm, b = 0,625 cm, d = 9,5 cm, l = 9,3 cm

a) résultats expérimentaux

b) mise en évidence des couplages.



A ⟶ 1845 Mcs
B ⟶ 1858 Mcs
C ⟶ 1872 Mcs
D ⟶ 1870 Mcs
E ⟶ 1892 Mcs
F ⟶ 1968 Mcs

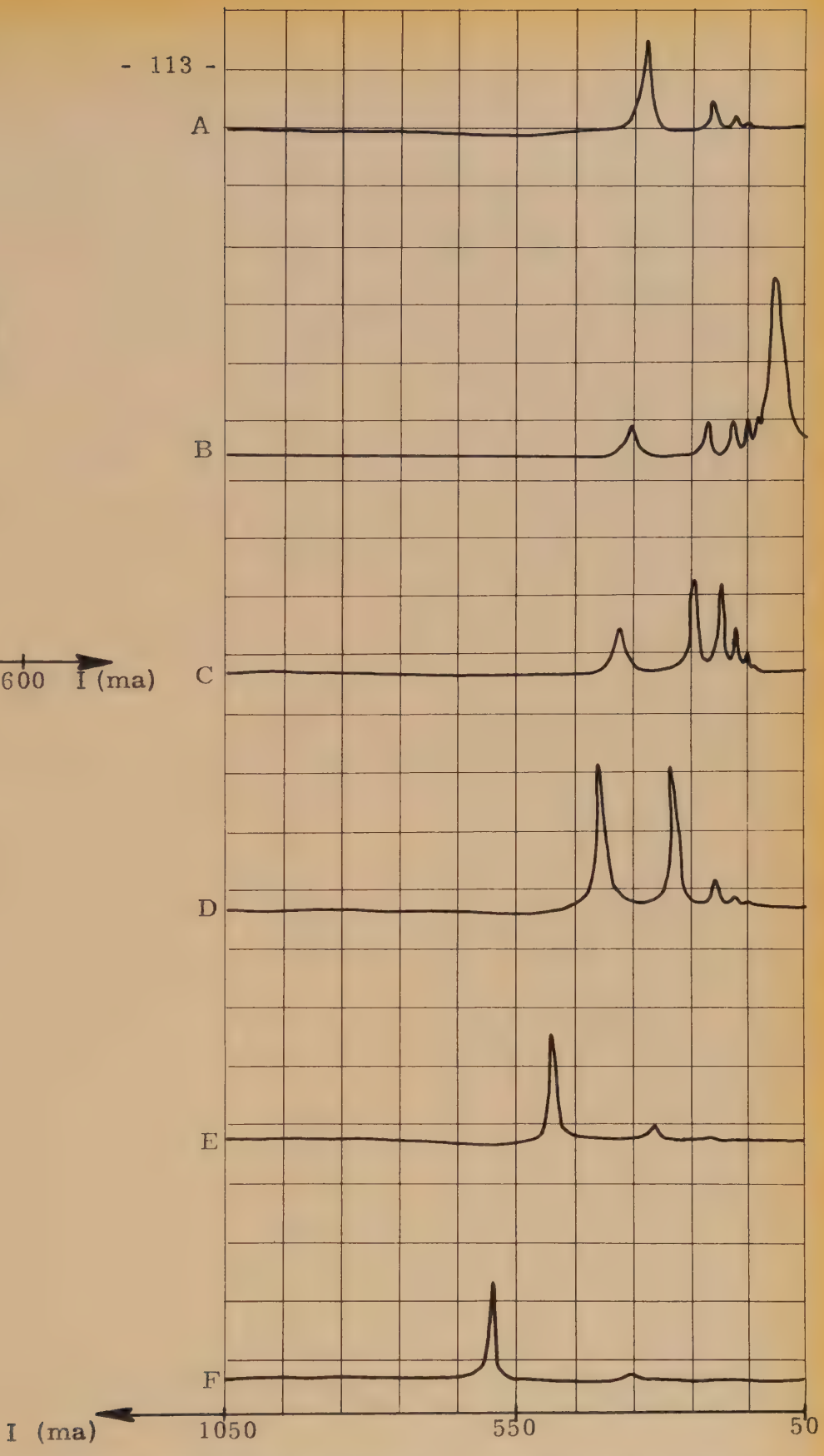


Fig. 6.11 - Oscillogrammes des couplages entre HE_{111} et modes de plasma "tiède"

a = 0,5 cm, b = 0,625 cm, d = 9,5 cm, L = 9,3 cm

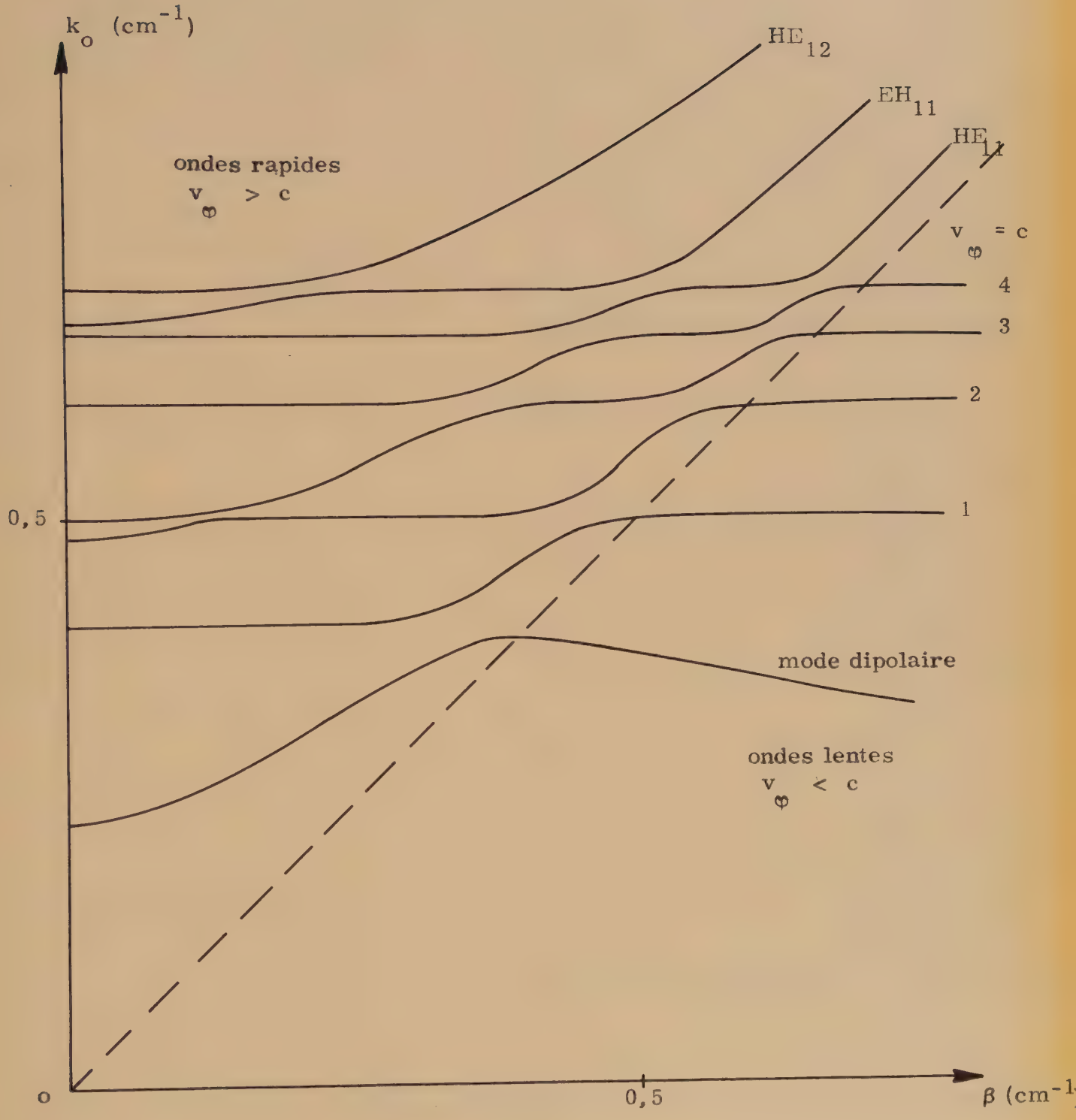


Fig. 12 : Diagramme de brillouin d'un guide à plasma mode : m = 1.

$\frac{\omega_p}{c} = 0,7$ cm^{-1}, a = 0,4 cm, b = 0,5 cm, d = 8 cm, $\epsilon_v = 5$

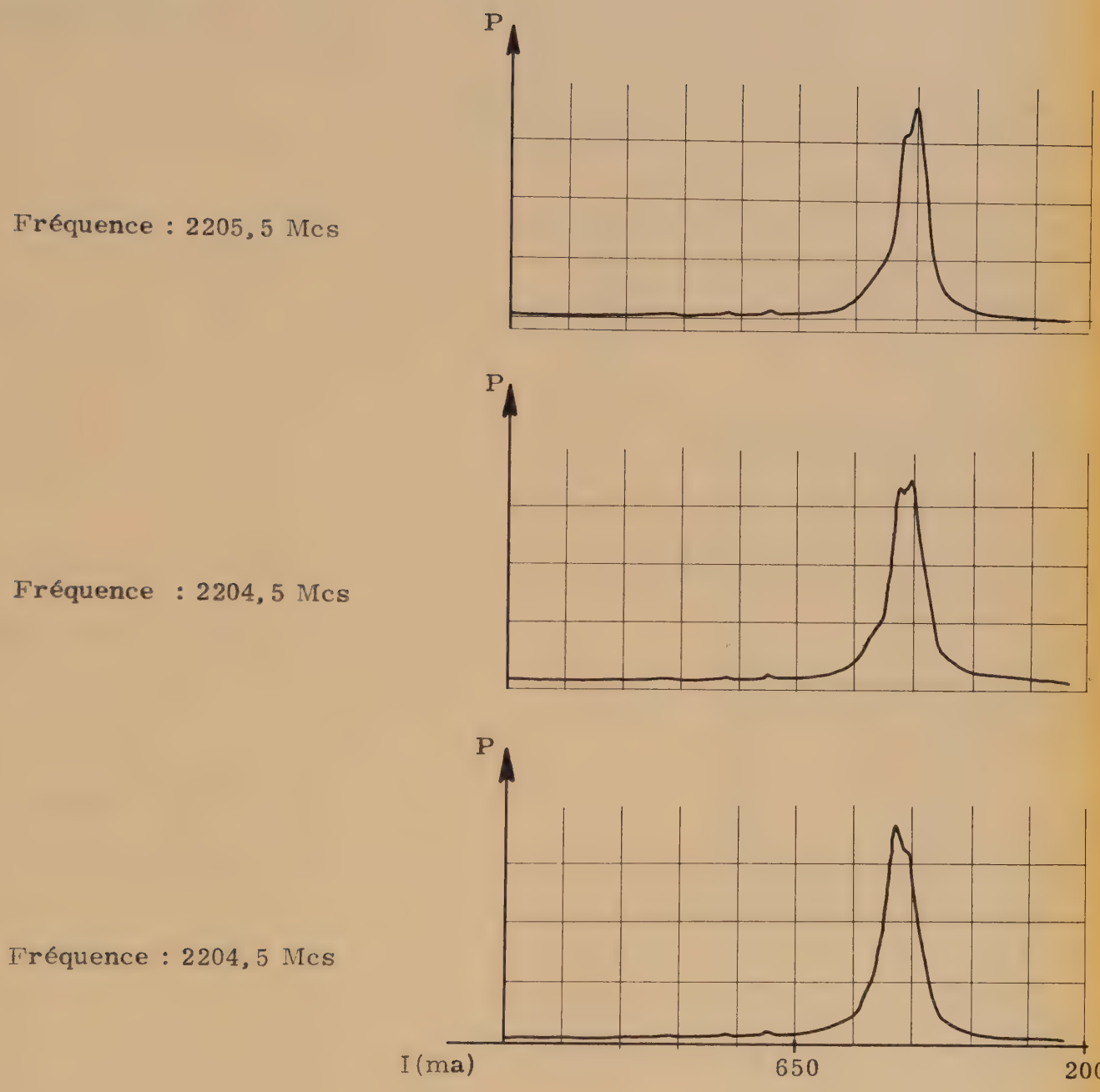
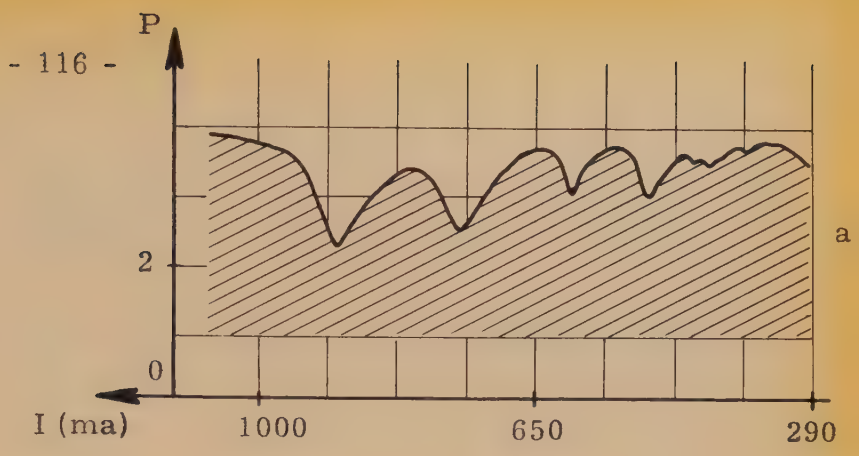


Fig. : 6.13 - Résonance d'une cavité contenant un plasma : mode E_{011} couplage avec les modes de plasma "tiède"

a = 0,5 cm, b = 0,625 cm, d = 8 cm, L = 8,8 cm

Balayage en courant 20 ms

Balayage en fréquence 2 sec



Fréquence : 3192 Mcs

Largeur du pic : $\frac{\Delta I}{I} \simeq 1/33$

Fréquence : 3178 Mcs

Largeur du pic : $\frac{\Delta I}{I} \simeq 1/12$

Fréquence : 3165 Mcs

Largeur du pic : $\frac{\Delta I}{I} \simeq 1/30$

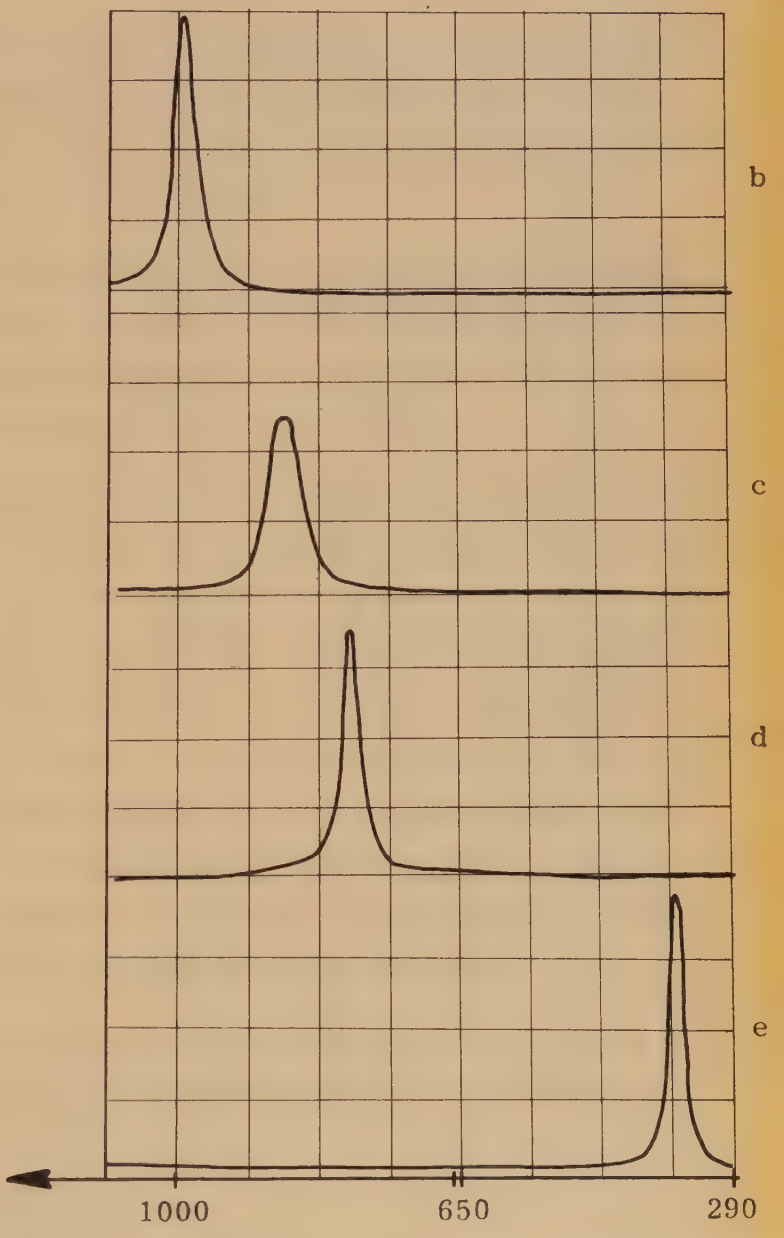


Fig. : 6.14 - Résonance d'une cavité contenant un plasma : mode E_{020} couplage avec les résonances de plasma "tiède"

a = 0,5 cm, b = 0,625 cm, d = 8 cm, L = 8,8 cm

CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons fait l'étude de la propagation des ondes dans un guide à plasma ; nous avons comparé les expériences à une théorie simplifiée (densité indépendante de r) qui est valable tant que l'on ne désire pas une très grande précision.

Après une étude détaillée d'un des modes de plasma : le mode dipolaire, nous avons pu mettre au point une méthode de mesure de la densité d'une colonne de plasma ; elle a l'avantage d'être d'un emploi simple et de permettre, en cours d'expérience, un contrôle de la densité d'une décharge.

Une étude expérimentale des résonances d'une cavité contenant un plasma nous a permis de mettre en évidence des couplages entre des modes de guide et des modes de plasma. Pour terminer, nous avons suggéré, pour les modes m = 1, la forme probable du diagramme de BRILLOUIN d'un guide contenant un plasma.

Pour continuer cette étude des ondes dans un plasma limité, nous pensons regarder avec plus de précision les couplages entre les modes de guide et les modes de plasma '' tiède'' pour d'une part tracer avec plus de certitude le diagramme de BRILLOUIN d'un guide à plasma, d'autre part connaître dans une cavité la configuration des champs dans les domaines de fréquences où les couplages sont importants.

Parallèlement, l'étude de l'influence d'un champ magnétique est intéressante mais elle pose de nombreux problèmes difficiles liés au comportement d'une décharge dans un champ magnétique. A remarquer que les modes de plasma ''tiède'' sont très influencés par un champ magnétique : ainsi nous avons pu voir un dédoublement des résonances d'une cavité dû uniquement au champ terrestre.

Ce travail n'est donc certes pas complet mais néanmoins nous pensons qu'il marque une étape en vue de l'étude de certaines applications telles que :

- interactions faisceau-plasma[21],[49]
- instabilités de certaines décharges
- diffraction d'une onde par une colonne de plasma
- couplage d'énergie haute fréquence à un plasma.

LISTE DES SYMBOLES

a : rayon du plasma

b : rayon extérieur du diélectrique

c : vitesse de la lumière

d : rayon du guide

E_T : composante transverse de $\vec{E}$

H_T : composante transverse de $\vec{H}$

k_o : $\frac{\omega}{c}$

L : longueur de la cavité

m : masse de l'électron

n : densité

P_i : puissance transmise dans la colonne de plasma

P_o : puissance transmise à l'extérieur

$p^2 = \gamma^2 + k_o^2 \varepsilon_p$

$q^2 = \gamma^2 + k_o^2$

Q : facteur de qualité d'une cavité

$R^2 = - S^2$

$S^2 = \gamma^2 + k_o^2 \varepsilon_v$

$T^2 = - q^2$

T_e : température électronique

v_{th} : vitesse thermique

v_g : vitesse de groupe

$X = \frac{\omega_p}{\omega}$

$Y = \frac{\omega_b}{\omega}$

v_φ : vitesse de phase

Z_E : impédance réduite $\frac{\eta_E}{\eta_c}$

Z_H : impédance réduite $\frac{\eta_H}{\eta_c}$

$\beta = j\gamma$

γ : constante de propagation suivant z

$\Gamma^2 = -p^2$

$\Gamma_a^2 = \beta^2 - k_o^2 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \frac{1}{\theta}$

ε_o, $\varepsilon_o\varepsilon_p$, $\varepsilon_o\varepsilon_v$: constante diélectrique du vide, du plasma, de l'anneau

$\varepsilon_1 = 1 - \frac{X^2}{1 - Y^2}$

$\varepsilon_2 = j \frac{X^2 Y}{1 - Y^2}$

$\varepsilon_3 = 1 - X^2$

η_{ij} = impédance d'onde $_{ij} = \frac{E_i}{H_j}$

$\eta_E = \frac{\beta}{\omega \varepsilon_o \varepsilon_p}$: impédance de l'onde E

$\eta_H = \frac{\omega \mu_o}{\beta}$: impédance de l'onde H

η_c : impédance de l'onde pour le milieu non limité

$\theta = \frac{K T_e}{m c^2}$

λ : longueur d'onde $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\Lambda = -j \frac{H_z}{E_z} \frac{\sqrt{\mu_o}}{\sqrt{\varepsilon_o}}$: facteur hybride

ν_{ei} , ν_{en} , ν_{ep} : fréquences de collision électron-ion, électron-neutre, électron-paroi.

ω : fréquence d'excitation

ω_b : fréquence cyclotron

ω_p : fréquence plasma

$I_m(x)$: fonction de Bessel modifiée de 1ère espèce d'ordre m

$K_m(x)$: fonction de Bessel modifiée de 2ème espèce d'ordre m

$I'_m(x)$: dérivée de $I_m(x)$

$K'_m(x)$: dérivée de $K_m(x)$

$J_m(x)$: fonction de Bessel de 1ère espèce d'ordre m

$Y_m(x)$: fonction de Bessel de 2ème espèce d'ordre m

$J'_m(x)$: dérivée de $J_m(x)$

$Y'_m(x)$: dérivée de $Y_m(x)$

$$G_{mm}(x,y) = I_m(x).K_m(y) - K_m(x).I_m(y)$$

$$G_{m'm}(x,y) = I'_m(x).K_m(y) - K'_m(x).I_m(y)$$

$$G_{mm'}(x,y) = I_m(x).K'_m(y) - K_m(x).I'_m(y)$$

$$G_{m'm'}(x,y) = I'_m(x).K'_m(y) - K'_m(x).I'_m(y)$$

$$H_{mm}(x,y) = J_m(x).Y_m(y) - Y_m(x).J_m(y)$$

$$H_{m'm}(x,y) = J'_m(x).Y_m(y) - Y'_m(x).J_m(y)$$

$$H_{mm'}(x,y) = J_m(x).Y'_m(y) - Y_m(x).J'_m(y)$$

$$H_{m'm'}(x,y) = J'_m(x).Y'_m(y) - Y'_m(x).J'_m(y)$$

BIBLIOGRAPHIE

Nous donnons ici un certain nombre de références sur l'étude des ondes en milieu limité ; cette liste n'est sans doute pas complète mais nous avons essayé de donner les principales. En particulier pour l'étude des résonances de plasma "tiède" nous n'avons cité que les articles fondamentaux.

Articles généraux sur la propagation en milieu infini ou fini

1 - J.F. DENISSE et J.L. DELCROIX.- Théorie des ondes dans les plasmas. (Dunod, Paris, 1961).

2 - W.P. ALLIS, S.J. BUCHSBAUM, A. BERS.- Waves in anisotropic plasmas (MIT Press, 1963).

3 - M. CAMUS.- Etude CNET n° 674 PDT 63
Etude CNET n° 716 PDT 64

4 - P. LEPRINCE.- Lab. Phys. des Plasmas, Faculté des Sciences (ORSAY). Rapports Internes LP 22 et LP 45.

Propagation des ondes dans les diélectriques

5 - P.J.B. CLARRICOATS.- Proc. IEE 108 C, p. 170 et 177 (61).

6 - S.K. CHATTERJEE et R. CHATTERJEE.- The Radio and Electronic Engineer, Vol. 30, n° 3, p. 144; n° 4, p. 195 ; n° 5, p. 259 ; n° 6, p. 353.

7 - P.J.B. CLARRICOATS.- Proc. IEE, vol. 110, n° 2, p. 261, (1963).

Propagation des modes m = 0 et m = 1.

- Théorie -

8 - P.J.B. CLARRICOATS et J.S.L. WONG.- Proc. IEE, vol. III, n° 6, p. 1087 (Juin 1964).

9 - W.O. SCHUMANN.- Z. Angew Phys. , vol. 12, p. 10, (1960).

10 - A.A. OLINER et T. TAMIR.- J. Appl. Phys., vol. 33, n° 1 p. 231, (1962).

11 - L. ALFREDSSON.- Trans. Roy. Inst. Tech. 13, n° 233, (1964).

12 - P. LEPRINCE.- Lab. Phys. des Plasmas, Faculté des Sciences (Orsay). Rapport Interne, LP 45.

13 - P. LEPRINCE et J. POMMIER.- Proc. IEE, vol. 113, p. 588, (1966).

14 - P.J.B. CLARRICOATS et M.B. WALDRON.- J. of Elec. and Cont. 8, p. 455, (1960).

15 - V. BEVC et T.E. EVERHART.- J. of Elec. and Cont. 13, p. 185, (1962).

- Expériences -

16 - R.N. CARLILE.- J. Appl. Phys. Vol. 35, n° 5, p. 1384 (mai 1964).

17 - Y. AKAO et Y. IDA.- J. Appl. Phys. Vol. 35, n° 9, p. 2565, (sept. 1964).

18 - V.L. GRANATSTEIN et S.P. SCHLESINGER.- J. Appl. Phys., vol. 36, n° 11, p. 3503, (nov. 1965).

19 - A.W. TRIVELPIECE.- California Inst. of Tech. Rech. Report (mai 1958).

20 - A.W. TRIVELPIECE.- University of California ASD. Tech. Report (61.126 (mai 1961).

21 - B.C. GREGORY.- Rapport W.R. 1462, (oct. 1965). Centre de Phys. Elec. et Corp. Domaine de Corbeville (ORSAY).

22 - P. LEPRINCE.- C.R. Acad. Sc. de Paris, t. 261, p. 665, (1965).

23 - P. LEPRINCE.- Phenomena in Ionized Plasmas, Beograd, Août 1965 (à paraître).

24.- P. LEPRINCE.- Colloque sur la propagation des ondes dans les plasmas. Saint-Maur (France), (Fév. 1965).

24bis- J. POMMIER.- Etude du mode dipolaire, Thèse 3ème cycle, (1966).

Résonances dipolaires

25 - F.W. CRAWFORD.- IEEE Trans. Nucl. Sci. 11, 12, (1964).

26 - F.W. CRAWFORD.- J. Appl. Phys. Vol. 35, n° 5, (mai 1964).

27 - B. ANICIN.- The Boris Kidric Inst. of Nucl. Sci. Beograd, Rapport IBK 254, (1965).

28 - G.H. BRYANT.- The royal military college of sciences.
Tech. note RT 26, (Déc. 1965).

29 - F.W. CRAWFORD, G.S. KINO, S.A. SELF et J. SPALTER.
J. Appl. Phys., vol. 34, n° 8, p. 2196, (1963).

30 - S. KOGIMA et S. HAGIWARA.- J. Phys.Soc. Japan, vol.20,n°5, p.851, (mai 1965).

Résonances de plasma tiède

31 - TONKS.- Phys. Review, 38, p. 1219, (1931).

32 - A. DATTNER.- Ericsson Technics n° 13, 1957 : 2 p. 309 à 350.

32 bis - A. DATTNER.- Ericsson Technics n° 1, (1963).
Roy. Inst. Tech. Stockholm.

33 - P. DIAMENT, V.L. GRANATSTEIN, S.P. SCHLESINGER.
(article à paraître dans J. Appl. Phy.).

34 - R.W. GOULD.- Linde Conf. on Plasma Oscillations, (1959), p. 167.

34 bis - J.V. PARKER, J.C. NICKEL et R.W. GOULD.
Phys. Fluids, vol. 7, n° 9, p. 1489, (1964).

35 - H.J. SCHMITT.- Appl. Phys. Letters, vol. 6, n° 9, p. 187, (1965).

36 - G.H. BRYANT, R.F. FRANKLIN.- Proc. Phys. Soc., vol. 81, p. 531, (1963).

37 - A.M. MESSIAEN et P.E. VANDENPLAS.- Physica 28, p. 357, (1962).

38 - B. KERZAR et P. WEISSGLAS.- J. Appl. Phys., vol. 36, n° 8, (août 1965).

39 - B. O'BRIEN, R.W. GOULD et J. PARKER.-
Phys. Rev. Letters, 14, n° 16, p. 630, (1965).

40 - F.W. CRAWFORD et J.A. TATARONIS.- J. of Elec. and Cont.

41 - F.W. CRAWFORD.- J. Appl. Phys. 35, n° 5, p. 1365, (1964).

Résonance d'une cavité remplie de plasma

42 - S.C. BROWN.- Tech. Report n° 66, (1948).
Res. Lab. Elec. Massachusetts Inst. of Tech.

43 - B. AGDUR et B. ENANDER. - J. Appl. Phys., vol. 33, n° 2, p. 575, (1962).

44 - S.J. BUCHSBAUM, L. MOWER et S.C. BROWN.- Phys.Fluids, vol.3 n° 5,p.806, (1960).

45 - L. MOWER et S.J. BUCHSBAUM.- Phys. Fluids, vol. 5, n° 12, p. 1545, (1962).

Divers

46 - J.V. PARKER.- Phys. Fluids, vol. 6, p. 1657, (1963).

47 - V.L. GRANATSTEIN.- IEEE Trans. AP 12, n° 5, (1964).

48 - B. KLARFELD.- J. of Phys. U.S.S.R., 5, n° 2-3, 155, (1941).

49 - S. BLIMAN.- Communication privée.